

# Målföljning à la 60-tal

Faksimil-utgåva av  
Teknisk Rapport TR 35-25 (9.8.68)

I samhället finns idag, inom olika områden, ett stort intresse i att söka sig tillbaks till "rötterna". Denna faksimilutgåva kan i bästa fall ses som ett litet, litet bidrag i detta sökande, visserligen inom ett område som kan tyckas vara smalt och inom vilket rötterna ligger ytligt. Sökande efter rötterna görs ofta för att återuppliva det gamla och kända med en förhoppning om att där hitta lösningarna på dagens problem. Även om det inom ett stort antal områden (t ex vädret, 1800-talet) kanske kan gälla att "det var bättre förr" så gäller detta, vilket framgår av rapporten, definitivt inte inom målföljningsområdet!

Bakom återutgivandet av denna rapport ligger därför ingen tro att den på något väsentligt sätt kan bidra till utvecklingen inom området. Utgåvan är i stället föranledd av spontana önskemål från författarens omgivning. Den kanske kan vara av glädje för dom som antingen tycker om nostalgisk läsning (dvs har obegränsat med tid) eller av något skäl finner intresse i att jämföra dagens avancerade modeller med det som en gång representerade "state of the art".

Eventuella läsare av denna rapport bör beakta att den beskrivna målföljningsmodellen utvecklades under en tidsperiod (1964-67) med helt andra förutsättningar, såväl praktiska som erfarenhetsmässiga, och hjälpmedel än vad som idag betraktas som självklara.

Som exempel på "det mörker" som då rådde kan nämnas:

- en mycket vag (=obefintlig) kravbild m a p prestanda; "målföljningen skulle hänga med".
- en målmaskin med 4 kord "RAM"-minne (=32 kB) i vilket målföljning skulle samsas med all övrig teknisk och taktisk funktionalitet. (Hårddisk och disketter var okända begrepp i aktuella målsystem!)
- mycket begränsade simulerings- och registreringsmöjligheter; indata i form av hålremsa och utdata till skrivmaskin eller i form av hålremsa. (Dataterminalerna fanns ännu inte.)

Den redovisade modellen genomsyras av ett pragmatiskt angreppssätt, dvs mer styrt av ingenjörsmässiga lösningar än av teorier på de svindlande höjder som idag är var mans hemvist. Detta kan kanske idag (1996) uppfattas som en trivialisering av ämnesområdet vilket dock troligen på sin tid bidrog till att modellen med någon behållning kunde läsas och förstås av "de breda lagren".

Som framgår löste inte den beskrivna modellen "målföljningsproblemet". Detta var givetvis inte heller avsikten, då för att inte helt ta udden av all framtida utveckling inom området! Några utmaningar måste ju lämnas till efterföljande generationer. Man skulle därför kunna säga att den redovisade modellen, på sitt sätt (dvs genom sin brist på slutlig lösning), har möjliggjort all efterföljande målföljningsutveckling.

Jakobsberg 1996-10-29

Rolf Karsvall

Utförd av: ME 160/R.Karsvall

Datum: 9.8.68

Godkänd av:

*J. Mellberg*

Godkänd för

utgivning av:

*J. Mellberg*

**KONFIDENTIELLT**

**TEKNISK RAPPORT TR 35-25  
AUTOMATISK MÅLFÖLJNING**

**STANDARD RADIO & TELEFON AB  
BARKARBY**

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Sida

1.	Inledning	1
2.	Målföljning - en principgenomgång	3
3.	Målföljning - problemkällor	5
4.	Inmättningsfel och deras inverkan	7
4.1	Bäringsfel	7
	Bäringsfel orsakat av defekt träffbild	7
	Bäringsfel orsakat av dålig noggrannhet i överförd bäringsinformation	8
	Totalt bäringsfel	9
4.2	Avståndsfel	9
	Avståndsfel orsakat av gitter i överförd radarsynk	9
	Avståndsfel orsakat av radialkvantiseringen i plottextraktorn	9
	Totalt avståndsfel	10
4.3	Totalt inmättningsfel	10
5.	Inmätningssluckor	12
5.1	Ändamål	12
5.2	Luckstorlekar, allmänt	12
5.3	Beräkning av luckstorlekar	12
	Luckans utsträckning i bäringsled	13
	Luckans utsträckning i radiell led	14
6.	Målföljningsmetod - en allmän genomgång	15
6.1	Krav på målföljningsmetoden	15

6.2	Målföljningsmetodens principer	16
	Val av plott	17
	Målföljning på rakbana	18
	Konfidensytor som kriterium på målföljningens status	18
	Målföljning under manöver	19
	Målföljning under start	19
	Stabilitetslogik för målföljning på rakbana	20
	Förlorad målföljning	20
7.	Målföljning på konstant-kurs-fart-bana	21
7.1	Inläggning av regressionslinje	21
7.2	Målföljningsekvationer	21
	Dämpningsfaktorer	21
	Q-värde	22
	Ekvationer	23
7.3	Kriterier för konstant-kurs-fart-bana	24
	Predikteringsfel	24
	Användning av predikteringsfelets standardavvikelse	25
7.4	Kontroll om rakbana är satisfierad	27
	Inmätt plott satisfierar rakbana	27
	Inmätt plott satisfierar ej rakbana	28
8.	Målföljning under startskede, sväng och acceleration/retardation.	29
8.1	Startskede	30
8.2	Sväng	30
	Kriterium för indikering av sväng	30
	Följning i sväng	30
	Kriterium för indikering av avslutad sväng	31

8.3	Acceleration/retardation	31
	Kriterium för indikering av acceleration/ retardation	32
	Följning under acceleration/retardation	32
	Kriterium för indikering av avslutad acceleration/retardation	33
9.	Val av plott	34
9.1	Rimlighetskontroll	34
	Rimlighetsvillkor	34
	Plottmiss	35
9.2	Val mellan inom luckan erhållna plottar	35
10.	Stabilitetslogik för målföljning på rakbana	36
10.1	Stabilitetslogikens ändamål	36
10.2	Stabilitetslogikens uppbyggnad	37
	Konstant kurs-fart-hållning	38
	Tendensundersökning i tvärsled	38
	Tendensundersökning i längsled	39
11.	Några praktiska resultat	40
12.	Sammanfattning och utvecklingsmöjligheter	41

### Figurer

2.1	Systemflödesplan för automatisk målföljning	44
4.1	Bäringsfelets inverkan på målföljningen	45
4.2	Bäringsfel orsakat av defekt träffbild	46
4.3	Lobvinkelns inverkan på bäringsfelet	47
4.4	Det av bäringsfelet uppkomna distansfelets beroende av avståndet	48

## 1. INLEDNING

Föreliggande rapport redogör för den målföljningsmetod - en matematisk och logisk modell - som är utvecklad av SRT och implementerad i några olika installationer. Som en civil installation kan här nämnas Arlanda ATC. Dessutom ges den bakgrund som erfordras för att problemställningen skall vara klar och helt summariskt beskrivs målföljningens principflöde för fallet med direktanslutna radar.

Målföljningsproblemet är som all tidigare erfarenhet har visat av ganska komplicerad natur, varför den här beskrivna metoden inte i alla avseenden representerar en "bästa" lösning. Metoden har dock i praktiska prov visat sig ha sådana egenskaper att operativa krav väl tillgodoses.

Metodens användbarhet beror givetvis på till vad målföljningsresultaten skall användas. Sålunda ställer civila och militära applikationer i allmänhet olika krav på målföljningen. I det civila fallet är varaktig korrekt identifiering det väsentliga kravet på målföljningssystemet. I det militära fallet är i allmänhet en operatör tilldelad identifieringsfunktionen, och de dataavläsare som normalt finns i den militära miljön kräver i första hand korrekta och stabila kurs- och fartvärden, vilket därför får anses vara det primära kravet.

Dessa olika krav kan endast i mycket speciella fall ge möjlighet till förenkling av målföljningsproblemet, då säker positionsbestämning även kräver riktig prediktering med användning av korrekta värden på kurs och fart.

Den här beskrivna metoden är baserad på användningen av statistik (linjär regression i en variabel med användning av minsta-kvadrat-metoden), sannolikhetskalkyl (för bl.a. val av mest sannolik plott, bestämning av kriterier för övergång från linjär regression för antagna konstant-kurs-fart-bana

till speciell behandling av sväng alternativt acceleration/retardation) och en omfattande logik för att bemästra de olika problem (svängningar etc.) som kan uppstå i systemet.

Metoden har utvecklats i olika etapper från en metod som ej byggde på något av det ovannämnda, dvs. med helt fasta inställningar av "målföljningsparametrar" till föreliggande metod som till sina egenskaper är adaptiv.

2.

## MÅLFÖLJNING - EN PRINCIPGENOMGÅNG

Målföljningens uppgift är att för ett på något sätt angivet flygplan med hjälp av radarinmätningar uppdatera position samt beräkna kurs och fart.

Nedan följer en kort beskrivning av målföljningens systemflöde. Se även fig. 2.1.

- a) Polära koordinater beräknas för predikterad position. Denna position har erhållits antingen genom utpekad startposition eller genom beräkningar enl. (f).
- b) En polär maskinvarulucka öppnas för mottagning av data kring position enl. (a). (Annan princip gäller för smalbandsansluten radar.) Detta för att minska det totala plottflödet till datamaskinen, med andra ord för att minska maskinens belastning.
- c) Positionsuppgifter för ev. av plottextraktorn <sup>1)</sup> godkända plottar inom denna lucka lagras autonomt i datamaskinens kärnminne.
- d) Programanrop skickas.
- e) Program utväljer den inom luckan mest sannolika plotten.
- f) Position, kurs och fart beräknas med hänsyn tagen till plott enl. (e). Predikterad (förväntad) position för nästa radarvarv beräknas.
- g) Återgång till (a).

---

1) Extraktorfunktion, kortfattad

Extraktorns uppgift är att ur den mängd enskilda ekan (videoträffar) som erhålls extrahera troliga träffbilder



till speciell behandling av sväng alternativt acceleration/retardation) och en omfattande logik för att bemästra de olika problem (svängningar etc.) som kan uppstå i systemet.

Metoden har utvecklats i olika etapper från en metod som ej byggde på något av det ovannämnda, dvs. med helt fasta inställningar av "målföljningsparametrar" till föreliggande metod som till sina egenskaper är adaptiv.



- Störplottar och samtidig plottmiss av det aktuella målet.  
Kan innebära stor risk för val av "olämplig" plott.

- Störplottar, plottmiss och samtidig manöver av det aktuella målet.

Innebär stor risk för val av "olämplig" plott med förlorad målföljning som resultat.

Inmätningens natur och orsaker behandlas i kap. 4.

#### 4. INMÄTNINGSFEL OCH DERAS INVERKAN

Orsaken till en stor del av de svårigheter som uppträder i samband med automatisk målföljning kan härledas till de inmättningsfel som varje plott är behäftad med.

Dessa inmättningsfel kan vara av den storleksordningen att de antingen helt och hållet döljer en förändring hos den aktuella målbanan eller att de indikerar förändringar som ej existerar.

I den kedja av elektroniska och mekaniska komponenter, som bestämmer positionen för varje plott, kan i detta sammanhang huvudsakligen två skilda komponenter urskiljas. Dessa är dels själva radarstationen med dess överföring av bäringsinformation, radarsynk och video, dels den digitala utrustning som mottager och behandlar denna videoinformation; i detta fall den av SRT utvecklade plottextraktorn.

Det är lämpligt av fysikaliska skäl att dela upp inmättningsfel i bäringsfel och avståndsfel och betrakta dessa som oberoende av varandra. (För den fortsatta statistiska behandlingen är detta en praktisk nödvändighet.)

##### 4.1 Bäringsfel (se fig. 4.1)

De olika typerna av bäringsfel som är av intresse redovisas under 4.1.1 och 4.1.2.

##### 4.1.1 Bäringsfel orsakat av defekt träffbild

Radarparametrar som påverkar positionsbestämningens noggrannhet i bäringsled är lobvinkel, antennrotationstid samt pulsfrekvens (PRF).

En radarstations "nominella träfftal" är i huvudsak beroende av lobvinkel, antennrotationshastighet och PRF. Lobvinkel och rotationshastighet bestämmer den tid under vilken målet är "belyst", därefter bestäms av PRF det antal träff som under denna tid erhålls.

Bäringsfel kan orsakas av antingen osymmetrisk eller defekt träffbild. Med defekt träffbild avses ofullständig eller utsträckt träffbild, vilket innebär att radarstationen lämnar ett mindre (större) antal träff än den normalt bör göra. Detta beror i sin tur av faktorer som ligger utanför denna rapport.

Träffbilden kan vara defekt på flera sätt:

- a) det saknas träff i träffbildens kanter (se fig. 4.2 a), vilket medför felaktig tyngdpunktsbestämning om osymmetri råder.
- b) det saknas träff inuti träffbilden (se fig. 4.2 b), vilket förutom felaktig tyngdpunkt kan medföra delning av träffbilden så att flera extraherade plottar erhålls.
- c) träffbilden innehåller fler träff än normalt (se fig. 4.2 c), vilket även det kan medföra felaktig tyngdpunktsbestämning.

Allmänt kan sägas att för radarstationer med samma rotationshastighet och PRF medför större lobvinkel högre nominellt träfftal; detta medför ökad risk för större spridning av tyngdpunkten kring det verkliga läget (se fig. 4.3).

De största absolutfelen orsakade av felaktig tyngdpunktsbestämning kan minskas på bekostnad av upptäcktsannolikheten om extraktorkriterierna, max- och minvärden på antal träff, ställs snävare. Med andra ord kan på detta sätt plottar med sannolikt stora mätfel uteslutas, dvs. plottmiss erhålls. Här får en avvägning göras mellan upptäcktsannolikhet och tillåtna mätfel.

#### 4.1.2 Bäringsfel orsakat av dålig noggrannhet i överförd bäringsinformation

Denna dåliga noggrannhet kan dels ha mekaniska orsaker (t.ex. radarantenn, kodskiva), dels elektriska (t.ex. elgonöverföring, omvandling av bäringspulser till sin och cos för bäring). Storleksordningen på dessa fel torde vara ungefär  $\pm\theta_s$ , vinkeln mellan två svep, för de vanligaste förekommande radarstationerna (med PRF = 500 Hz och rotationstid = 10 sek.).

### 4.1.3 Totalt bäringsfel

De i 4.1.1 och 4.1.2 nämnda felen sammanförs i den fortsatta behandlingen till ett totalt bäringsfel (betecknat  $\theta_{mf}$ , mf = mätfel), som kan antas vara approximativt normalfördelat med en standardavvikelse,  $\sigma_0$ . Detta antagande stöder sig på den inom statistiken ofta använda "centrala gränsvärdesatsen".

Det av det totala bäringsfelet uppkomna distansfelet är helt naturligt beroende av avståndet från radarstationen (se fig. 4.4).

### 4.2 Avståndsfel

Två typer av avståndsfel redovisas under punkt 4.2.1 och 4.2.2.

#### 4.2.1 Avståndsfel orsakat av gitter i överförd radarsynk

Gittret i överförd radarsynk är i nuvarande installationer av storleksordningen  $\pm 0,15 \mu s$ , vilket motsvarar  $\pm 23$  m.

Dessutom orsakar variation i den mottagna pulslängden ett fel på  $0,5 - 1,0 \mu s$ , dvs.  $75 - 150$  m.

Dessa fel varierar för varje enskild träff i träffbilden, vilket medför att felens inverkan på den extraherade plottens avståndsvärde blir reducerad.

#### 4.2.2 Avståndsfel orsakat av radialkvantiseringen i plottextraktorn

Extraktorn i nuvarande installationer har kvantiseringen  $500$  m. Detta innebär att en plotts avståndsvärde endast kan anta förutbestämda värden, trunkeringsfel föreligger, dvs. stympning av noggrannheten. Denna typ av fel medför att för en bestämd position erhålls exakt samma avståndsfel varje radarvarv. (Detta till skillnad mot samma positions bäringsfel som kan variera enligt punkt 4.1).

Denna feltyps inverkan på målföljningen är beroende av målets hastighet jämfört med radialkvantiseringen och dess flygriktning. (För ett mål som i radiell led förflyttar sig multiplar av radialkvantiseringen per radarvarv innebär kvantiserings-

felet inga svårigheter för bestämning av fart och kurs. Däremot erhålls givetvis ett lägesfel.) Se fig. 4.5.

På grund av felen enligt 4.2.1 erfordras en överlappningszon mellan två intilliggande radialkvanta. Detta innebär att en träffbild i denna zon tilldelas två radialkvanta, vilket i vissa fall medför att två extraherade plottar erhålls. Denna överlappningszon är ca 60 m.

#### 4.2.3 Totalt avståndsfel

De i 4.2.1 och 4.2.2 nämnda felen sammanförs i den fortsatta behandlingen till ett totalt avståndsfel (betecknat  $\rho_{mf}$ , mf = mätfel) som här antas vara approximativt normalfördelat med en standardavvikelse,  $\sigma_\rho$ . Detta antagande möjliggör en enkel statistisk behandling.

#### 4.3 Totalt inmättningsfel

De under 4.1 och 4.2 behandlade mätfelen, bäringsfel och avståndsfel sammanförs för att en felyta kring verklig position skall kunna bildas.

Följande antaganden har tidigare gjorts:

$\theta_{mf}$  mätfel i bäring ( $\theta$ ), normalfördelat med  $\sigma = \sigma_\theta$   
 $\rho_{mf}$     "- i avstånd ( $\rho$ ),                "-                "  $\sigma = \sigma_\rho$   
 $\theta_{mf}$  och  $\rho_{mf}$  är av varandra oberoende variabler, med medelvärden = 0.

Med ovanstående antaganden erhålls frekvensfunktionen

$$f(\rho_{mf}, \theta_{mf}) = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_\rho \cdot \sigma_\theta} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{mf}}{\sigma_\rho} \right)^2 + \left( \frac{\theta_{mf}}{\sigma_\theta} \right)^2 \right]}$$

Orter för punkter med samma täthet erhålls genom att sätta

$f = \text{konst}$ , vilket medför

$$\left( \frac{\rho_{mf}}{\sigma_\rho} \right)^2 + \left( \frac{\theta_{mf}}{\sigma_\theta} \right)^2 = \text{konst, dvs. orterna utgörs av ellipser.}$$

Eftersom  $(\frac{\rho_{mf}}{\sigma_{\rho}})^2 + (\frac{\theta_{mf}}{\sigma_{\theta}})^2$  är en  $\chi^2$ -fördelad variabel med två frihetsgrader kan lätt visas att sannolikheten för att en inmätning skall ligga innanför ellipsen

$$(\frac{\Delta \rho}{\sigma_{\rho}})^2 + (\frac{\Delta \theta}{\sigma_{\theta}})^2 = Z^2 \quad \text{är}$$

$$P = 1 - e^{-\frac{Z^2}{2}}$$

Ellipsekvationen kan också skrivas som

$$1 = \left(\frac{\Delta \rho}{Z \cdot \sigma_{\rho}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{Z \cdot \sigma_{\theta}}\right)^2 \quad (1)$$

Detta innebär att konfidensellipser med axlarna  $2 \cdot Z \cdot \sigma_{\rho}$  och  $2 \cdot Z \cdot \sigma_{\theta}$  erhålls. Inom en sådan ellips ligger inmätt plott för en given konfidensgrad. Se fig. 4.6.

Om  $Z = 3$  erhålls

$$P = 1 - e^{-\frac{9}{2}} \approx 99 \% \quad \text{dvs.}$$

om ellipsaxlarna görs lika med  $6\sigma_{\rho}$  och  $6\sigma_{\theta}$  erhålls den ellips inom vilken inmätt plott med ca 99 % sannolikhet ligger.

Fig. 4.7 åskådliggör bäringsfelets avståndsberoende inverkan på konfidensellipserna. Figuren visar tre ellipser inom vilka inmätt plott ligger med lika stor sannolikhet.

För detta ändamål skrivs (1):

$$1 = \left(\frac{\Delta \rho}{Z \cdot \sigma_{\rho}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta \cdot \rho}{Z \cdot \sigma_{\theta} \cdot \rho}\right)^2$$



## 5. INMÄTNINGSLUCKOR

### 5.1 Ändamål

För att vid fallet med direktansluten radar begränsa dataflödet till den datamaskin på vilken målföljningsprogrammet är implementerat används en enhet, kallad luckbildare. Se fig. 2.1, Systemflödesplan för automatisk målföljning.

Med hjälp av luckbildaren bildas polära luckor (grindar) kring de aktuella förväntade (predikterade) positionerna. Extraherade plottar inom dessa luckor lagras autonomt i datamaskinens kärnminne och programanrop skickas.

### 5.2 Luckstorlekar, allmänt

Luckans storlek bör vara sådan att den aktuella plotten hamnar inom luckan när maximalt tillåtna mätfel föreligger samtidigt som flygplanet manövrerar så mycket som har ansetts vara maximalt. Härav inses att luckor för målföljning av civila flygplan bör kunna göras mindre än sådana för militära.

Luckans utsträckning i radiell led bestäms i luckbildaren till ett av två på förhand inställda värden för bildande av så kallad stor resp. liten lucka.

Stor lucka används efter plottmiss.

Luckans utsträckning i bäringsled bestäms av den tid som luckorder ges till luckbildaren. Denna tid (vinkel) beräknas av datamaskinprogram och kan således kontinuerligt varieras.

### 5.3 Beräkning av luckstorlekar

Som framgått under punkt 5.2 bestäms luckstorleken av

- a) storleken av det totala inmätningselet
- b) antagna prestanda hos aktuella mål, bankningsvinkel ( $\varphi$ ) och acceleration (a)

Dessutom bestäms den av

c) predikteringsfelet

Med predikteringsfel avses här det fel som finns i predikterad position och som är orsakat av tidigare inmättningsfel.

För att bilda en total felyta tillkommer felet i den förväntade inmätningen.

Se fig. 5.1, som visar maximalt predikteringsfel.

På grund av att luckans utsträckning i radiell led endast kan antaga ett av två värden tas ingen hänsyn till flygriktningen vid bestämning av luckstorleken. Detta innebär att luckan maximeras i båda riktningarna.

### 5.3.1 Luckans utsträckning i bäringsled (se fig. 5.2)

Den vinkel,  $\theta_L$ , som luckan enl. 5.2 skall upptaga kan delas upp i två vinklar. För det första en konstant vinkel och för det andra en vinkel som varierar med avståndet från radarstationen.

5.3.1.1 Den konstanta vinkeln ( $\theta_{LK}$ ) är tilltagen för att täcka inmättnings- och predikteringsfel.

Konstant  $k_1$  anger faktor för predikteringsfelet, se  $k$  i fig. 5.1.

Konstant  $k_2$  anger hur många träff (svep) som plotten maximalt kan vara förskjuten från verklig position.

Vinkel  $\theta_s$  anger vinkeln mellan två på varandra följande svep.

5.3.1.2 Den variabla vinkeln ( $\theta_{LV}$ ), som varierar med avståndet från radarstationen, orsakas av den konstanta sträckan  $A$  i fig. 5.2. Denna är tilltagen för att täcka den maximala avvikelse som kan orsakas av flygplansmanöver (sväng eller acceleration/retardation). I detta sammanhang kan inverkan av acceleration/retardation försummas då dessa endast ger upphov till avvikelser på ung. 100-300 m

För att beräkna avvikelse på grund av sväng hänvisas till fig. 5.3, 5.4 och 5.5.

Fig. 5.3 behandlar allmänna relationer för flygplan i sväng, bankningsvinkel och svängradie, med exempel för fyra bankningsvinklar och tre olika farter.

Fig. 5.4 visar i tabellform avvikelser mellan predikterad position, P, och inmätt position, I, då all inverkan av mätfel har försumrats. Sväng antas påbörjas vid senaste inmätningstillfälle. Avvikelsen har beaktats efter ett resp. två radarvarv för fyra bankningsvinklar och tre olika farter. Vid bestämning av luckstorlek tas hänsyn till avvikelser efter två radarvarvs sväng.

Fig. 5.5 visar i diagramform tabeller enligt fig. 5.4. Flygplanet tänks innan påbörjad sväng gå i x-axelns riktning och påbörjar den aktuella svängen vid  $x = 0$ . För samtliga kombinationer av betraktade farter och bankningsvinklar är flygplanets läge efter 10 resp. 20 sek. angivet.

### 5.3.2 Luckans utsträckning i radiell led (se fig. 5.6)

Den sträcka  $\rho_L$ , som luckan skall upptaga i radiell led kan delas upp i två sträckor.

5.3.2.1 Sträckan  $\rho_1$  är tilltagen för att täcka inmättnings- och predikteringsfel.

Konstant  $k_1$  anger faktor för predikteringsfelet. Sträckan  $\rho_{mf}$  anger det maximala mätfelet.

5.3.2.2 Sträckan A är tilltagen för att täcka den maximala avvikelse som kan orsakas av flygplan i sväng. Se även punkt 5.3.1.2.

## 6. MÅLFÖLJNINGSMETOD - EN ALLMÄN GENOMGÅNG

Detta avsnitt är en kort genomgång av den utvecklade målföljningsmetodens principer.

### 6.1 Krav på målföljningsmetoden

Målföljningens uppgift är, att för ett angivet flygplan uppdatera positionen samt beräkna kurs och fart. För att fullgöra detta på ett tillfredsställande sätt kan följande fyra mer precisa krav på ett målföljningssystem särskiljas:

1. Val av korrekt plott varje radarvarv.
2. Korrekta och stabila kurs- och fartvärden på rakkana<sup>1)</sup>
3. Snabb och säker svängindikering medförande god följsamhet i sväng utan stora fartvariationer.
4. Möjlighet att med ej för stor tidsfördröjning upptäcka även måttliga hastighetsförändringar.

För att uppfylla dessa krav kan följande konstateras:

- prediktering med korrekta värden på kurs och fart är en nödvändighet för val av rätt plott. Detta val försvåras emellertid i hög grad, eller i svåra fall t.o.m. omöjliggörs av falska plottar i samband med flygplansmanöver eller plottmiss.
- stabila värden på kurs och fart på rakkana uppnås genom kraftig dämpning av iakttagna avvikelser. Avvikelserna beror i detta fall på inmätningfel.
- god följsamhet i sväng och förmåga att upptäcka hastighetsförändringar uppnås genom liten dämpning av iakttagna avvikelser. Avvikelserna beror i detta fall på flygplansmanöver.

---

1) med rakkana avses i den fortsatta texten en flygbana med konstant kurs och fart.

Av ovanstående framgår bl.a. att konflikt råder mellan krav enligt 2-3 och 2-4.

Önskemålet blir en målföljning, som under rakbana har kraftig dämpning och som under manöver (sväng) minskar dämpningen för att därefter öka den så snart som flygplanet går på rakbana igen.

Detta leder till att kriterier erfordras som anger målföljningens status. Dessa kriterier får då ange övergång mellan olika målföljningsmetoder.

## 6.2 Målföljningsmetodens principer

Den utvecklade målföljningsmetoden är i huvudsak baserad på användningen av:

- Matematisk statistik
- Sannolikhetskalkyl
- Logik för bl.a. tendensundersökningar och stabilitetskontroll

Matematisk statistik tillämpas för bl.a. rakbanemålföljning med användning av linjär regression. Linjär regression innebär att en rät linje på bästa sätt anpassas till de med mätfel behäftade plottarna.

Användningen av linjär regression stöder sig på antagandet att sannolikheten för rakbana är större än sannolikheten för sväng.

Sannolikhetskalkyl, baserad på olika statistiska antaganden rörande inmätningfelen, tillämpas för bl.a. val av mest sannolik plott samt för bestämning av kriterier för övergång från linjär regression (för antagen konstant-kurs-fart-bana) till speciell behandling av manöver.

De statistiska antagandena om inmätningfelens natur möjliggör uppställandet av ett målföljningskriterium som baseras på sannolikheten för att en inmätt plott tillhör en aktuell flygbana. Detta målföljningskriterium används direkt för val av mest sannolik plott och indirekt för att bestämma värden på dämpningsfaktorer.

Kring ett flygplans verkliga läge (som är okänt) kan en yta (statistiskt beskriven av inmätningsofel) tänkas placerad, inom vilken flygplanets plott med en viss sannolikhet bör ligga. Storleken och formen på denna konfidensyta bestäms dels av inmätningsofelens storlek och polära natur, dels av den valda konfidensgraden.

Konfidensytan placeras av förklarliga skäl ej kring den okända verkliga positionen utan kring den förväntade, predikterade, positionen. Detta innebär att ytans storlek även blir beroende av det predikteringsfel som orsakats av tidigare inmätningar. Den på detta sätt förstörade konfidensytan varierar, beroende av målföljningens säkerhet, från inmätning till inmätning.

Sannolikhetsytor med olika konfidensgrader används för skilda ändamål. Således används en konfidensgrad vid undersökning om rakbana fortfarande gäller och en annan för kontroll om inmätt plott är realistisk med avseende på plottens avvikelser från predikterad position.

Logiken för tendensundersökningar bygger på en uppdelning av sannolikhetsytorna i sektorer samt på att inmätta plottar flera radarvarv i följd måste ligga inom samma sektor för att indikering av manöver skall göras. (Se fig. 6.1-6.7, vilka behandlas utförligt i kap. 7-10.).

#### 6.2.1 Val av plott

Vid val av plott väljs de<sup>w</sup> mest sannolika, dvs. den plott som med hänsyn till inmätningsofelens polära natur ligger närmast den förväntade positionen. - Den förväntade (predikterade) positionen erhålls alltid genom rätlinjig prediktering med användning av den vid senaste inmätningen beräknade kursen och farten.- För att minska inverkan av störplottar, när sökt plott uteblir, utförs dessutom en rimlighetskontroll avseende plottens avvikelser från predikterad position.

Val av plott behandlas i kap. 9.

### 6.2.2 Målföljning på rakbana

Den beskrivna målföljningsmetoden är grundad på antagandet att alla flygplan flyger med konstant kurs och fart, (dvs. att rakbana gäller) till dess att starka kriterier indikerar att en manöver i form av sväng eller acceleration/retardation har påbörjats.

Detta antagande leder till att försök görs med att approximera den inmätta flygbanan med en rät linje, för att på detta sätt minska inverkan av mätfel. Ju fler inmätningar som satisfierar rakbana, desto bättre kan denna linje inläggas. Detta innebär också, att avvikelser från den predikterade positionen dämpas hårdare ju fler sådana inmätningar som erhållits. Den inlagda linjen bestämmer aktuell position, kurs och fart. Metoden för ovanstående förfarande vid rakbanemålföljning är beskriven under 7.1 - 7.2.

### 6.2.3 Konfidensytor som kriterium på målföljningens status

6.2.3.1 Vid bestämning av kriterium på målföljningens status tas hänsyn till de i kap. 4 behandlade inmätningensfelen och det i kap. 5 nämnda predikteringsfelet. Kriteriet sätts även med en viss sannolikhetsgrad.

På detta sätt erhålls en sannolikhetsyta (konfidensyta) kring predikterad position, inom vilken rakbana anses gälla. Denna konfidensyta minskar i storlek för varje inmätt plott som ligger inom densamma. Minskningen är orsakad av att predikteringsfelet minskar när antalet konsekutivt inmätta positioner som satisfierar rakbana ökar.

När en stabil rakbanemålföljning uppnåtts och konfidensytan har erhållit sin minsta storlek, är även möjligheterna att upptäcka en manöver störst, eftersom den då ej döljs av ett stort predikteringsfel.

Kriterier för rakbanemålföljning behandlas under 7.3 - 7.4.

6.2.3.2 Det under 6.2.2 nämnda kriteriet för indikering av manöver är starkt i det avseendet att det erfordras ett antal (från två till fyra) plottar som ligger utanför konfidensytan för att rakbanemålföljning skall frångås. Detta erfordras för att målföljningen ej skall ändra status på grund av tillfälliga stör-

plottar och enstaka stora mätfel. Dessutom krävs att dessa plottar skall ligga på samma sida om predikterad position, dvs. tendens till högersväng, vänstersväng, acceleration resp. retardation skall förefinnas. När tendens upptäcks, indikeras resp. manöver och rakbanestatus frångås.

Om inmätta plottar ligger utanför konfidensytan flera radarvarv i följd, utan att det finns tendens till någon manöver tillämpas fortfarande rakbanestatus men konfidensytan görs större på grund av att osäkerheten ökar. Samtidigt minskas dämpningen. Kriterier för sväng och acceleration/retardation redovisas i 8.2.1 resp. 8.3.1.

#### 6.2.4 Målföljning under manöver

Det primära när en manöver indikerats är att dämpningen av uppmätta avvikelser minskas till sitt lägsta värde. Detta kompletteras med att farten under sväng hålls konstant och att kursen under fartändring hålls konstant. Dessutom begränsas i det senare fallet fartändringen från radarvarv till radarvarv. Målföljning under manöver redovisas i 8.2.2 och 8.3.2.

Återgång från manöver- till rakbanestatus erhålls, när utvald plott ett bestämt antal radarvarv i följd har befunnit sig inom konfidensytan igen. Detta innebär att kurs och fart har stabiliserats och att predikteringen görs med "korrekta" kurs- och fartvärden.

Kriterier för återgång till rakbanemålföljning behandlas i 8.2.3 och 8.3.3.

#### 6.2.5 Målföljning under start

Ett startskede finns inlagt under vilket inga speciella kontroller utförs och inga restriktioner läggs på målföljningen. Position, kurs och fart bestäms enbart av den enl. 6.2.2 inlagda räta linjen.

Startskedet avslutas när en konstant kurs och fart har erhållits. Målföljning under startskede behandlas i 8.1.



### 6.2.6 Stabilitetslogik för målföljning på rakbana

Målföljning på rakbana, med inläggning av en ny rät linje för varje inmätt plott enl. 6.2.2, resulterar i att kurs och fart varierar från radarvarv till radarvarv. Dessa variationer är i allmänhet små, men kan vid stora inmättningsfel bli betydande. Eftersom variationerna ej svarar mot flygplanets verkliga uppträdande, finns en stabilitetslogik, som endast släpper igenom variationer när tendens i någon riktning upptäckts. Att på detta sätt tillåta kurs- och fartkorrektioner under rakbanemålföljning har den fördelen att små kurs- och fartändringar klaras utan att manöver behöver indikeras, dvs. utan att dämpningen av uppmätta avvikelser behöver minskas till sitt lägsta värde.

Stabilitetslogiken beskrivs i kap. 10.

### 6.2.7 Förlorad målföljning

Målföljning kan förloras på följande två sätt:

- när under ett antal radarvarv i följd ingen godkänd plott erhålls
- när under ett antal radarvarv i följd mer än ett visst antal godkända plottar erhålls. Detta inträffar när t.ex. flygplanet går genom ett kraftigt stör-område, vilket i allmänhet erfordrar en operatörs ingripande.

De ovan nämnda antalen bestäms i huvudsak av den operativa miljö som skall betjänas.

När målföljningen enligt ovan förloras sker övergång till halv-automatisk målföljning. Denna grundas på den senast beräknade kursen och farten.

## 7. MÅLFÖLJNING PÅ KONSTANT-KURS-FART-BANA

Fig. 7.1 visar en flygbana med konstant kurs och fart. Som framgår av fig. är det, på grund av inmättningsfel, svårt att med två inmätta positioner från varv till varv bestämma korrekta värden på kurs och fart.

Om däremot ett större antal positioner får ligga till grund för en bestämning kan "någon typ av medelvärdesberäkning" göras.

### 7.1 Inläggning av regressionslinje

En metod för denna medelvärdesberäkning är att lägga in en rät linje som på bästa sätt anpassar sig till de erhållna mätvärdena (se fig. 7.2). Denna bästa anpassning kan göras på olika sätt. En ofta vald metod är den så kallade minsta-kvadrat-metoden.

Med användning av den på detta sätt erhållna så kallade regressionslinjen bestäms dels aktuell kurs, fart och position, dels predikterad position för nästa inmätning. Varje ny inmätt plott skall tillsammans med tidigare erhållna plottar ge en ny regressionslinje.

I bil. 1 härleds dels ekvationen för regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden, dels en metod för användning av densamma vid behandling av en ny inmätt plott utan att några plottar från tidigare inmätningar behöver finnas tillgängliga i explicit form.

### 7.2 Målföljningsekvationer

#### 7.2.1 Dämpningsfaktorer

För att använda regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden utan att behöva spara samtliga tidigare inmätta

plottar härleds i bil. 1 en metod som bygger på två dämpningsfaktorer, en för position och en för kurs-fart.

Dessa dämpningsfaktorer appliceras på skillnaden mellan den av den gamla regressionslinjen predikterade positionen och den aktuella inmätta positionen. På detta sätt erhålls den nya regressionslinjen, som ger den kurs och den fart som anses gälla. Med användning av dessa beräknas predikterad position för efterföljande radarvarv.

Detta tillvägagångssätt upprepas vid varje ny inmätning.

De härledda dämpningsfaktorerna är

-  $\alpha$  för positionsdämpning

$$\alpha = \frac{2(2Q-1)}{Q(Q+1)}$$

-  $\beta$  för kurs-fart-dämpning

$$\beta = \frac{6}{Q(Q+1)}$$

Dämpningsfaktorerna  $\alpha$  och  $\beta$  finns tabellerade för olika Q-värden i fig. 7.3.

### 7.2.2 Q-värde

I uttrycken för dämpningsfaktorerna anger Q det antal punkter som använts vid bildandet av den nya regressionslinjen. Ju fler punkter desto högre Q-värde, vilket medför större dämpning av den aktuella inmätningens avvikelse från predikterad position.

Q-värdet ökas med en enhet för varje inmätt plott som anses ligga på en bana med konstant kurs och fart. Se 7.3.3 och 7.4.

Q-värdet anger således i princip det antal radarvarv som det aktuella flygplanet anses ha flugit med konstant kurs och fart. (Q maximeras dock till tio).

Ovanstående innebär att Q-värdet kan uppfattas som en kvalitetsfaktor för målföljningen, dvs. ett högt Q-värde (7-10) innebär att beräknade värden på kurs och fart stämmer väl med flygplanets verkliga värden. Ett lågt Q-värde innebär å andra sidan antingen att flygplanet befinner sig i sväng alternativt acceleration/retardation eller att stora inmättningsfel föreligger.

### 7.2.3 Ekvationer

Med användning av dämpningsfaktorerna  $\alpha$  och  $\beta$  enligt bil. 1 kan nedanstående målföljningsekvationer ställas upp. Se fig. 7.4.

$$D_n = P_n + \alpha(I_n - P_n)$$

$$V_n = V_{n-1} + \beta(I_n - P_n) / T$$

$$P_{n+1} = D_n + V_n \cdot T$$

där  $P_n$  är predikterad position för radarvarv n

$I_n$  är inmätt position för radarvarv n

$D_n$  är dämpad position efter inverkan av  $I_n$

$V_n$  är hastighetsvektorn efter inverkan av  $I_n$

T är tiden mellan varje erhållen plott.

Ovanstående ekvationer tillämpas på X- och Y-koordinaterna för positionerna resp. X- och Y-komponenterna av hastighetsvektorn.

Med utgångspunkt från två inmätta positioner används ekvationerna på efterföljande inmätningar.

### 7.3 Kriterier för konstant-kurs-fart-bana

Den i 7.1 - 7.2 redovisade metoden för målföljning gäller endast då flygplanet går med konstant kurs och fart. Det är givetvis endast under denna förutsättning som inläggning av en rät linje, regressionslinje, är meningsfull.

Vid bestämning av det sökta kriteriet på konstant-kurs-fart-bana måste hänsyn tas till de inmättningsfel som är redovisade under kap. 4 och till det så kallade predikteringsfelet.

Kriteriet sätts även med en viss konfidensgrad.

#### 7.3.1 Predikteringsfel

I 5.3 och fig. 5.1 infördes begreppet predikteringsfel. Predikteringsfelet kan uppfattas som en av tidigare inmättningsfel orsakad förstoring av den normala felyta som kan tänkas placerad kring varje inmätt position. Denna förstoring är beroende av hur många tidigare inmätningar som den predikterade positionen är bestämd av.

Vid härledningen i 5.3 av predikteringsfelsfaktorn  $k(n)$  betraktades maximalfel vid inmätningarna. Dessa fel låg åt mest ofördelaktigt håll och dessutom användes endast den först och den sist inmätta plotten vid predikteringen.

Som uttryck på  $k(n)$  erhöles  $k(n) = \frac{2n}{n-1}$ .

Införandet av regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden ooh användning av samband ur sannolikhetskalkylen medför att en ny "predikteringsfelsfaktor" kan härledas.

- 7.3.1.1 I bil. 2 härleds predikteringsfelet, skillnaden mellan predikterad och inmätt position, vid prediktering med användning av regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden.

Detta predikteringsfel, betecknat  $F_{pi}$ , erhålls som

$$F_{pi} = -f_{n+1} + \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n f_i (3i-n-2)$$

där  $f_i$  är inmättningsfelet i tidigare inmätningar

$f_{n+1}$  är inmättningsfelet i den betraktade inmätningen

$n$  är antalet positioner som bestämt predikterad position.

7.3.1.2 Det härledda uttrycket på predikteringsfelet  $F_{pi}$  innehåller de okända inmättningsfelen  $f_i$ .

Om däremot standardavvikelsen,  $\sigma_f$ , för dessa fel antas känd kan med fördel standardavvikelsen i  $F_{pi}$  härledas.

Denna härledning utförs i bil. 3.

Den sökta standardavvikelsen  $\sigma_F$  erhålls som

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{(Q+1)(Q+2)}{Q(Q-1)}} \cdot \sigma_f = k_\sigma \cdot \sigma_f$$

där  $k_\sigma$  är predikteringsfelsfaktorn vid inlagd regressionslinje

$Q$  är i enlighet med 7.2.2.

Faktorn  $k_\sigma$  kan betraktas på samma sätt som predikteringsfelsfaktorn  $k(n)$ , dvs. den orsakar en förstoring av felytan som är beroende av antalet tidigare erhållna mätvärden.

Tabeller över  $k(n)$  och  $k_\sigma$  finns i fig. 5.1 resp. bil. 3-2.

### 7.3.2 Användning av predikteringsfelets standardavvikelse

Den i 7.3.1.2 införda felfaktorn  $k_\sigma$  används för att beräkna med hur stor sannolikhet en plott tillhör predikterad position. Detta innebär även sannolikheten för att flygplanet går med konstant kurs och fart.

I kap. 4.3 erhöjls följande:

$$P = 1 - e^{-\frac{Z^2}{2}}$$

där P är sannolikheten för att inmätt position skall ligga inom ellipsen

$$Z^2 = \left(\frac{\Delta \rho}{\sigma_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{\sigma_\theta}\right)^2.$$

Detta innebär konfidensellipser med halvaxlarna

$$Z \cdot \sigma_\rho \text{ och } Z \cdot \sigma_\theta.$$

För  $Z = 3$  erhålls  $P = 0,99$ ; dvs. 99% av samtliga plottar bör vid rakbana hamna inom den ellips som har halvaxlarna  $3\sigma_\rho$  och  $3\sigma_\theta$ .

Vid beräkning av P ovan är ingen hänsyn tagen till predikteringsfelet. Om predikteringsfelet beaktas, förstoras, för en given konfidensgrad, den ellips inom vilken plotten vid rakbana bör komma, med faktorn  $k_G$ . Detta erhålls enligt 7.3.1.2 om mätfelets standardavvikelser  $\sigma_\rho$ ,  $\sigma_\theta$  multipliceras med faktorn  $k_G$ .

Sålunda erhålls

$$\left(\frac{Z}{k_G}\right)^2 = \left(\frac{\Delta \rho}{k_G \cdot \sigma_\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{k_G \cdot \sigma_\theta}\right)^2$$

$$P = 1 - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{Z}{k_G}\right)^2} \quad (1)$$

Kvoten  $\frac{Z}{k_G}$  bestämmer sannolikheten (P) för att plotten ligger på rakbana.

Som kriterium på att plotten ligger på konstant-kurs-fart-bana används

$$\frac{Z}{k_G} \leq k_p \quad (2)$$

där  $k_p$  bestäms av konfidensgränsen för vad som skall betraktas som rakbana. Se fig. 7.5.

För bestämning av  $k_p$  för olika konfidensgränser erhålls ur formel (1)

$$\left(\frac{Z}{k_G}\right)^2 = k_p^2 = 2 \ln \frac{1}{1-P}$$

Tabell över  $k_p$  för olika konfidensgränser,  $P$ , återfinns i fig. 7.6. Enligt denna tabell erhålls  $k_p = 1,80$  för  $P = 0,80$  dvs. om den ellips som ger sannolikheten 0,80 för att inmätt plott skall hamna inom denna tas som kriterium på rakbana erhålls  $k_p = 1,80$ .

#### 7.4 Kontroll om rakbana är satisfierad

För utvald plott (se kap. 9) skall avgöras om plotten i förhållande till tidigare beräknad kurs och fart ligger på rakbana eller ej. Om rakbana är satisfierad tillämpas målföljningsekvationerna enligt 7.2, i annat fall krävs speciella beräkningsrutiner.

För utvald plott beräknas  $Z$  med användning av plottens avvikelser från predikterad position.  $Z$  är ett mått på plottens närhet till predikterad position med hänsyn tagen till inmätningens felens polära natur.

Enligt 7.3.2 beräknas kvoten  $Z/k_G$  där  $k_G$  är predikteringsfelsfaktorn vars storlek bestäms av det aktuella  $Q$ -värdet. Denna kvot jämförs med det värde på  $k_p$  som bestäms av den för rakbana valda konfidensgraden.

Detta  $k_p$ -värde betecknas  $k_k$ , se tabell i fig. 7.6.

##### 7.4.1 Inmätt plott satisfierar rakbana

Om vid ovanstående jämförelse  $Z/k_G \leq k_k$  innebär detta att plotten ligger innanför konfidensellipsen  $E_k$ , se fig. 6.1. Detta tolkas som att flygplanet, som plotten representerar, flyger på rakbana. I detta fall ökas  $Q$ -värdet med en enhet och målföljningsekvationerna enligt 7.2 tillämpas. På detta sätt beräknas ny position, kurs och fart. Detta förfarande innebär att en ny regressionslinje inläggs medtagande den nya inmätta plotten.



7.4.2 Inmätt plott satisfierar ej rakbana

Om  $Z/k_0 > k_k$  innebär detta att plotten ifråga ligger utanför konfidensellipsen  $E_k$ , dvs. plotten ligger ej på rakbana. Eftersom ett onormalt stort mätfel, eller förekomst av störplottar samtidigt med plottmiss, kan vara orsaken, erfordras ytterligare villkor för att rakbanemålföljning skall frångås.

7.4.2.1 Om plotten föregående radarvarv låg innanför  $E_k$  (fig. 7.7.a) eller om den låg utanför  $E_k$  men ej "åt samma håll" som den nya plotten (fig. 7.7.b), indikeras endast en eventuell början till manöver.

För att av denna orsak lätta dämpningen minskas Q-värdet och målföljningsekvationerna enligt 7.2 tillämpas. Storleken av Q-värdeminskningen är en parameter som kan väljas till ett konstant värde eller göras beroende av t.ex. Q-värdet självt.

7.4.2.2 Om den nya inmätningen är den p:te i följd som ligger utanför  $E_k$  "åt samma håll" tvärs eller längs flygriktningen, indikeras sväng resp. acceleration/retardation. Se fig. 7.7.c där  $p = 2$ . Se vidare kap. 8.

Uttrycken "åt samma håll", "tvärs" och "längs" förklaras närmare i kap. 8.

8. MÅLFÖLJNING UNDER STARTSKEDE, SVÄNG OCH ACCELERATION/  
RETARDATION

Med sväng, acceleration/retardation avses här ej små kurs- eller fartförändringar som sker under flera radarvarv. För sådana förändringar görs korrektioner i enlighet med rakbane-målföljning och med användning av målföljningsekvationerna i 7.2.

För att målföljningen skall klara större, snabba kurs- och fartförändringar finns bl.a. följande:

- kriterier för upptäckt av sväng resp. acceleration/retardation
- kriterier för att skilja mellan kurs- och fartförändringar
- speciella rutiner för beräkning av kurs och fart
- kriterier för upptäckt av avslutad sväng resp. fartförändring.

För att skilja mellan kurs- och fartförändringar används en vinkeltröskel i förhållande till flygriktningen.

Denna vinkel,  $\psi_0$ , framgår av fig. 6.2.

På detta sätt erhålls:

- två sektorer tvärs flygriktningen för indikering av vänster- resp. högersväng
- en sektor längs flygriktningen, framför predikterad position för indikering av acceleration
- en sektor längs flygriktningen, bakom predikterad position för indikering av retardation.

## 8.1 Startskede

Vid och strax efter start av målföljning kan på grund av stora mätfel en omedelbar indikering av manöver erhållas. Då detta ej är lämpligt på grund av de restriktioner som då läggs på kurs och fart (se 8.2, 8.3), finns för att förhindra detta ett särskilt startförfarande, ett startskede.

Startskedets längd beror dels på den aktuella flygbanans utseende, dels på mätfelens storlek. Detta innebär att startskedet i radarvarv räknat ej är lika från fall till fall.

Vid start antas att rakbana gäller och kontroller enligt 7.4 utförs. Startskedet varar nu till dess att Q-värdet har uppnått ett bestämt värde (se 7.4.1).

I nuvarande system gäller  $Q = 6$  som kriterium på att startskedet är avslutat. När detta kriterium uppnås innebär det att stabil och korrekt (med vissa toleranser) kurs och fart erhållits.

Om målföljning startas på flygplan som går på rakbana bör startskedet vara avslutat efter senast 6-7 radarvarv.

Om däremot start sker på flygplan som befinner sig i sväng kommer svängen att fullföljas med låga Q-värden och senast 6-7 radarvarv efter svängen anses startskedet avslutat.

Skillnaden mellan genomförandet av sväng enligt ovan och indikerad sväng enligt 8.2 är att inga restriktioner är lagda på fartvariationerna i det förra fallet.

## 8.2 Sväng

### 8.2.1 Kriterium för indikering av sväng

När utvald plott två radarvarv i följd ligger utanför konfidens-ellipsen  $E_k$  i tvärsled och på samma sida om flygriktningen indikeras sväng. (Se fig. 6.3, 8.1.)

### 8.2.2 Följning i sväng

När sväng indikerats skall den gamla regressionslinjen sluta gälla och en ny linje skall påbörjas. Denna linje bestäms en-

dast av två punkter. Detta åstadkoms genom att sätta  $Q = 2$  och därefter tillämpa målföljningsekvationerna enligt 7.2.

Detta innebär att endast den senast beräknade positionen, den dämpade från föregående varv, och den nyinmätta positionen används för att beräkna den nya kursen.

För farten gäller däremot att den under hela svängen hålls konstant till det senast beräknade värdet.

Om den aktuella svängen pågår under flera radarvarv upprepas ovanstående vid varje inmätning, vilket medför att kursen under svängen bildas med successiv användning av de två senaste inmätningarna.

Beroende av svängens utseende och av mätfelens olika inverkan kan även under sväng en utvald plott ligga innanför konfidensellipsen  $E_k$ . I detta fall ökas  $Q$ -värdet med en enhet, vilket innebär att kursen beräknas med användning av de tre senaste positionerna (om  $Q$  har ökats från 2 till 3).

Allmänt kan sägas att under sväng kan, beroende av svängens utseende och mätfelens storlek,  $Q$ -värdet anta värden mellan två och fyra.

### 8.2.3 Kriterium för indikering av avslutad sväng

När flygplanet avslutar en sväng och börjar flyga med konstant kurs igen, innebär detta att utvald plott kommer att ligga inom konfidensellipsen  $E_k$ . För varje sådan inmätning ökas  $Q$  med en enhet.

När  $Q$ -värdet har uppnått ett bestämt värde (t.ex. 5) anses svängen som avslutad. Konstanthållningen av farten släpps. En stabil kurs har nu erhållits och återgång sker till rakbanemålföljning.

### 8.3 Acceleration/retardation

Acceleration och retardation upptäcks och behandlas på principiellt samma sätt.

### 8.3.1 Kriterium för indikering av acceleration/retardation (acc/ret)

För indikering av sväng gäller kriteriet att plotten två radarvarv i följd skall ligga utanför konfidensellipsen  $E_k$  i tvärsled och på samma sida om flygriktningen.

De avvikelser från predikterad position som från radarvarv till radarvarv kan orsakas av acc/ret är betydligt mindre än de som kan orsakas av sväng. Riktvärden är 100-200 m (vilket mycket lätt döljs av inmättningsfel) resp. 500-1000 m (se fig. 5.4, 5.5).

Detta innebär att risken för förlorad målföljning på grund av försenad upptäckt av acc/ret är avsevärt mindre än samma risk vid försenad upptäckt av sväng. Av bl.a. denna orsak är för att erhålla en säkrare indikering kriteriet för upptäckt av acc/ret "långsammare" än det för upptäckt av sväng. På detta sätt erhålls givetvis en fördröjd indikering men under denna fördröjningstid utförs dock fartkorrektioner i enlighet med rakbanemålföljning (se vidare kap. 10).

Själva kriteriet för indikering av acc/ret består i att utvald plott p radarvarv i följd skall ligga utanför konfidensellipsen  $E_k$  i längsled och på samma sida om predikterad position. Se fig. 6.4, 8.2. Antalet radarvarv, p, som erfordras för indikering kan på grund av att ett flygplan i allmänhet kan retardera kraftigare än det kan accelerera göras mindre för upptäckt av retardation än för upptäckt av acceleration.

I nuvarande system har tre och fyra radarvarv använts för indikering av retardation resp. acceleration.

### 8.3.2 Följning under acceleration/retardation

När acc eller ret indikerats skall liksom under 8.2.2 gammal regressionslinje sluta gälla. Detta åstadkommes genom att sätta  $Q = 2$  och därefter tillämpa målföljningsekvationerna enligt 7.2. Detta innebär att endast den senast beräknade positionen, den dämpade från föregående varv, och den nyinmätta positionen används för att beräkna den nya farten. Under acc/ret begränsas dock den från radarvarv till radarvarv tillåtna fartändringen. I nuvarande system begränsas fartändringen till 100 km/h.

Under hela fartändringen hålls kursen konstant till det senast beräknade värdet.

I övrigt gäller de principiella kommentarerna under 8.2.2.

På grund av att en sväng orsakar större avvikelser från en konstant-kurs-fart-bana än en fartförändring och således är mer kritisk avbryts ovanstående och övergång sker till 8.2 om sväng indikeras under fartförändringen.

### 8.3.3 Kriterium för indikering av avslutad acceleration/retardation

När flygplanet avslutar en acceleration eller en retardation och börjar flyga med konstant fart igen, medför detta att inmätt plott ligger inom konfidensellipsen  $E_k$ . För varje sådan inmätning ökas  $Q$  med en enhet. När  $Q$ -värdet uppnått ett bestämt värde (t.ex. 5) har en stabil fart erhållits och återgång sker till rakbanemålföljning. Samtidigt släpps konstanthållningen av kursen.

## 9. VAL AV PLOTT

Val av plott innebär, att den inom inmätningssluckan mest sannolika plotten utväljs och används för fortsatta beräkningar. För att ej, i händelse av bortfall av den aktuella plotten, en orealistisk plott skall väljas utförs en rimlighetskontroll.

### 9.1 Rimlighetskontroll

På grund av dels den polära inmätningssluckans form, dels begränsade möjligheter att i radialled bestämma storleken av densamma måste för varje erhållen plott kontrolleras om denna är realistisk med hänsyn tagen till mätfel och möjliga manövrer för aktuella flygplan.

#### 9.1.1 Rimlighetsvillkor

Följande villkor skall vara uppfyllda för att plotten skall befinna sig inom den rektangulära realistiska luckan RL, dvs. för att plotten skall godkännas. (Se fig. 6.1.)

$$\Delta \rho < k_r \cdot k_\theta \cdot \hat{\rho} + R$$

$$\Delta \theta \cdot \rho < k_r \cdot k_\theta \cdot \hat{\theta} \cdot \rho + R$$

där  $\Delta \rho$  är skillnaden mellan predikterat och inmätt avståndsvärde

$\Delta \theta$  är skillnaden mellan predikterat och inmätt bäringsvärde

$\rho$  är avståndet från radarstationen

$k_r$  är det värde på  $k_p$  som ger den ellips ( $E_R$ ) inom vilken, med en given konfidensgrad, samtliga realistiska plottar erhålls (se 7.3.2, fig. 7.6).

$k_\theta$  är predikteringsfelsfaktorn (se 7.3.1.2)

$R$  är den ram som skall inrymma avvikelser beroende av flygplansmanövrer.  $R$  är funktion av bl.a.  $Q$ -värde, antal plottmissar och föregående varvs avvikelser.

### 9.1.2 Plottmiss

Om ej någon realistisk plott enligt 9.1.1 erhålls inom inmätningssluckan, registreras plottmiss.

Q-värdet minskas för att lätta dämpningen för nästa inmätning.

Efter ett visst bestämt antal plottmissar anses målföljningen som förlorad. (Övergång sker då normalt till halvautomatisk målföljning.) Antal plottmissar, som innebär förlorad målföljning, bestäms av den operativa miljö, som skall betjänas.

### 9.2 Val mellan inom luckan erhållna plottar

För varje erhållen plott, som godkänts i kontroll enligt 9.1, beräknas enligt 4.3 värdet på  $Z$ . Detta innebär att sannolikheten för att den erhållna plotten är den sökta, indirekt beräknas.  $Z$  kan uppfattas som ett mått på plottens närhet till predikterad position med hänsyn tagen till inmätningens polära natur. Ju mindre värde på  $Z$  desto större sannolikhet. Den plott som ger det minsta värdet på  $Z$  anses vara mest sannolik och används för vidare beräkningar.



## 10. STABILITETSLOGIK FÖR MÅLFÖLJNING PÅ RAKBANA

Vid målföljning på rakbana är de största problemen orsakade av inmättningsfel. Dessa medför svårigheter vid bestämning av fart och kurs. I kap. 7 finns en redogörelse för den metod som används för att bemästra dessa problem.

Metoden innebär i korthet, att en rät linje på bästa sätt anpassas till de inmätta positionerna. På detta sätt beräknas en ny linje vid varje inmätning. Med användning av den erhållna linjen bestäms flygplanets kurs, fart och position. Detta innebär att ju fler inmätningar som erhållits, desto stabilare värden erhålls på kurs och fart.

### 10.1 Stabilitetslogikens ändamål

Den enligt ovan inlagda linjens lutning och läge, kommer på grund av inmättningsfel att variera från radarvarv till radarvarv. Detta innebär också att beräknad kurs och fart varierar på motsvarande sätt. Dessa variationer är i allmänhet små, men kan vid stora inmättningsfel bli betydande och därmed även störande.

Eftersom dessa kurs- och fartvariationer med stor sannolikhet ej svarar mot flygplanets verkliga uppträdande, krävs ytterligare åtgärder för att under rakbanemålföljning erhålla konstanta kurs- och fartvärden.

På grund av att den i kap. 7 beskrivna metoden för rakbanemålföljning endast är en matematisk metod, vilken saknar inbyggd logik, finns för beräkning av kurs och fart, en särskild stabilitetslogik. Denna stabilitetslogik släpper endast igenom kurs- och fartvariationer när tendens till variation i någon riktning upptäckts.

Stabilitetslogikens förmåga att tillåta kurs- och fartkorrekitioner under rakbanemålföljning medför att små kurs- och fartändringar klaras utan att manöver (enligt 8.2, 8.3) behöver indikeras.

Fördelen med detta är dels att erforderliga korrektioner kan göras utan att dämpningen av uppmätta positionsavvikelser behöver minskas till sitt minimivärde, dels att samtidig korrektion av kurs och fart kan utföras.

Införandet av stabilitetslogiken innebär emellertid att den tidigare redovisade matematiska metoden med inläggning av regressionslinje, enligt minsta-kvadrat-metoden (enligt 7.1-7.2) och med användning av predikteringsfelets standardavvikelse (enligt 7.3) påverkas. Detta innebär bl.a. att tabellvärden och vissa använda formler ej har samma giltighet som tidigare. Med införandet av stabilitetslogik syns möjligheterna att enbart matematiskt beskriva rakbanemålföljning begränsade. Trots detta kan konstateras att införandet av stabilitetslogiken innebär en bättre rakbanemålföljning med avseende på stabila kurs- och fartvärden.

## 10.2 Stabilitetslogikens uppbyggnad

Stabilitetslogiken är uppbyggd enligt följande:

- logik för konstant kurs- och farthållning
- logik för upptäckt av tendens i tvärsled
- logik för upptäckt av tendens i längsled

Tvärsled innebär avvikelser från predikterad position beroende av kursändring, och längsled innebär avvikelser beroende av fartändring.

Eftersom stabilitetslogiken endast har inverkan på rakbanemålföljning, berörs i huvudsak endast plottar inom konfidensellipsen  $E_k$  av denna logik (se fig. 6.1). Plottar utom ellips  $E_k$  berörs i övergångsskedet mellan rakbana och manöver, eftersom då rakbanemålföljning fortfarande tillämpas.

Undersökning av tendens i tvärsled och längsled bör ej påverkas, störas, av mycket små avvikelser från predikterad position. Av denna orsak är en konfidensellips  $E_m$  inlagd kring predikterad position (se fig. 6.1, 6.5). Inom denna ellips registreras ej tecken på avvikelser, varken i längsled eller tvärsled.

Om föregående inmätning hade avvikelse i tvärsled med samma tecken, konstateras tendens i tvärsled, och kurskorrektion tillåts till den av målföljningsekvationerna bestämda kursen. Om plotten däremot vid föregående inmätning ej hade avvikelse i tvärsled, eller hade avvikelse i tvärsled men med motsatt tecken, bibehålls gammal kurs.

Om utvald plott även ligger i streckmarkerat område, kan dessutom tendens i längsled erhållas. (Jfr 10.2.3 och fig. 6.7) På detta sätt kan samtidig kurs- och fartkorrektion erhållas.

### 10.2.3 Tendensundersökning i längsled (se fig. 6.7)

När utvald plott ligger inom något av de i fig. kraftigt markerade områdena registreras tecken på avvikelse i längsled. Detta innebär att registrering sker av "avvikelse acc" eller "avvikelse ret".

Om föregående inmätning hade avvikelse i längsled med samma tecken, konstateras tendens i längsled och fartkorrektion tillåts. Fartkorrektionsens storlek begränsas, vilket innebär att korrektions antingen utförs till den av målföljningsekvationerna bestämda farten, eller till ett värde som bestäms av vald maximalkorrektions.

Om däremot föregående inmätning ej hade avvikelse i längsled, eller hade avvikelse i längsled men med motsatt tecken bibehålls gammal fart.

Om utvald plott även ligger i streckmarkerat område kan dessutom tendens i tvärsled erhållas. (Jfr 10.2.2 och fig. 6.6) På detta sätt kan samtidig kurs- och fartkorrektions erhållas.

## 11. NÅGRA PRAKTISKA RESULTAT

Vid bedömning av ett målföljningssystem's prestanda erfordras en metod för uppmätning av relevanta storheter.

En metod för registrering av målföljningsdata i reell tid finns därför framtagen.

Därvid registreras uppgifter om

predikterad position  
inmätt position  
dämpad position  
avvikelser från predikterad position  
kurs  
fart och  
Q-värde.

Beroende av vilka målföljningsegenskaper som skall studeras, kan registrerade värden sammanställas på olika sätt. I fig. 11.1 och 11.2 finns en sammanställning över ett exempel på målföljningsvärden registrerade i ett målföljningssystem under operativ drift.

I fig. 11.1 visas kurvor över Q-värde, kurs och fart under ca 50 radarvarv. Målföljningsförloppet består under denna tid i huvudsak av konstant-kurs-fart-bana, vilket innebär ett högt Q-värde. Vid två tillfällen indikeras emellertid manöver. Detta sker radarvarv 20 (indikering av retardation) och radarvarv 29 (indikering av sväng). Svängindikeringen har därvid föregåtts av Q-värdeminskningen 9, 8, 2 och indikeringen av retardation av Q-värdeminskningen 10, 9, 8, 2.

Av kurvorna framgår att kursen är konstant under retardationen och att farten är konstant under svängen.

I fig. 11.2 visas en positionsplottning av de 20 första inmätningarna i fig. 11.1. Det enda som direkt framgår av figuren är målföljningens utslätande effekt på inmätningfelen, vilket ger som resultat en bättre rakbana.

12.

SAMMANFATTNING OCH UTVECKLINGSMÖJLIGHETER

Vid framtagning och vidareutveckling av ett målföljningssystem uppstår en mängd frågor. En del av dessa kan omedelbart besvaras, medan tyvärr en alltför stor del vanligtvis lämnas obesvarade.

Nedan följer några aktuella frågor som tillhör den senare kategorin

- vilken stormiljö skall klaras ?
- vid vilket avstånd kan överläsning mellan närliggande mål tillåtas ? (aldrig ?)
- vilka är kraven vid korsande mål ?
- hur viktig är positionsangivningen, är den viktigare än kurs och fart ?
- är stabilitet under rakbana viktigare än förmåga att upptäcka sväng ?
- hur exakta skall värden på kurs och fart vara på rakbana ?
- hur skarpa svängar skall klaras ?
- hur snabb svängindikering erfordras ?
- hur viktig är kursen under sväng ?
- kan farten hållas konstant under sväng ?
- hur stor översväng tillåts vid avslutad sväng ?
- hur stora svängningar i kurs och fart tillåts på rakbana ?
- hur snabb detektering av acceleration/retardation erfordras ?
- hur små kurs- och fartändringar skall kunna detekteras ?

Orsaken till att ovanstående frågor ej omedelbart kan besvaras, beror på att det är svårt att definiera totalfunktionen "bra målföljning". Kriteriet, om något eller några sådana kan ställas upp, på bra målföljning måste bli resultat av ett kompromissförfarande där en mängd, förhoppningsvis mätbara, egenska-

per får vägas mot varandra. Ett problem med denna vägning är att de olika egenskaperna ej har samma dimension.

Av ovanstående framgår att många viktiga fakta saknas vid definitionsskedet och vid ett senare utvärderingsskede av målföljningen.

Definitionsskedet, som är av allra största betydelse, fordrar att kraven är väl specificerade för att olika målföljningsegenskaper skall kunna tilldelas de vikter som avgör ett kompromissförfarande. Tilldelning av dessa vikter är i hög grad beroende av den operativa miljö som skall betjänas.

Utvärderingsskedet och den därefter eventuellt följande vidareutvecklingen kräver kännedom om viktiga egenskaper och dessa egenskapers önskade "mätvärden".

De ovan nämnda svårigheterna med att specificera vad som krävs av ett målföljningssystem gällde i hög grad vid utvecklingen av den i denna rapport beskrivna målföljningsmetoden.

Utvecklingsarbetet har resulterat i en metod som implementerats i såväl civil som militär miljö.

I den militära miljön har metoden visat sig ha sådana egenskaper att operativa krav väl tillgodoses. Dessa egenskaper kan allmänt uttryckas som stabila kurs och fartvärden på rakkbana samt förmåga att följa i sväng och under acceleration/retardation. Som tidigare påpekats, består de största problemen i att ur en av bl.a. markekon och moln störd video välja plott. Detta val underlättas i hög grad om tredimensionella radarstationer används. Därigenom möjliggörs höjdkorrelering, vilket avsevärt reducerar inverkan av störplottar.

I den civila miljön med dess speciella organisation har hittills få operativa erfarenheter utvunnits. Införandet av målföljning som isolerad funktion torde ej innebära revolutionerande framsteg men är ett nödvändigt steg i en vidareutveckling av ATC. Automatisk målföljning kompletterat med SSR-information, färdplans- och antikollisionsberäkningar samt överlämning av målföljda flygplan mellan olika kontrollområden innebär ett stort steg mot ett fullständigt automatiserat flygtrafikledningssystem.

Avslutningsvis kan följande konstateras:

För utvärdering av målföljningsmetoder och därefter val mellan olika sådana liksom val av olika parameteruppsättningar finns idag inte några av författaren kända praktiskt användbara och samtidigt effektiva metoder.

Utveckling av utvärderingsmetoder torde vara den mest angelägna uppgiften inom området automatisk målföljning. Utan utvärderingsmetoder syns det som om framtagning av ytterligare målföljningsmetoder liksom vidareutveckling av befintliga ej skulle vara särskilt meningsfullt.

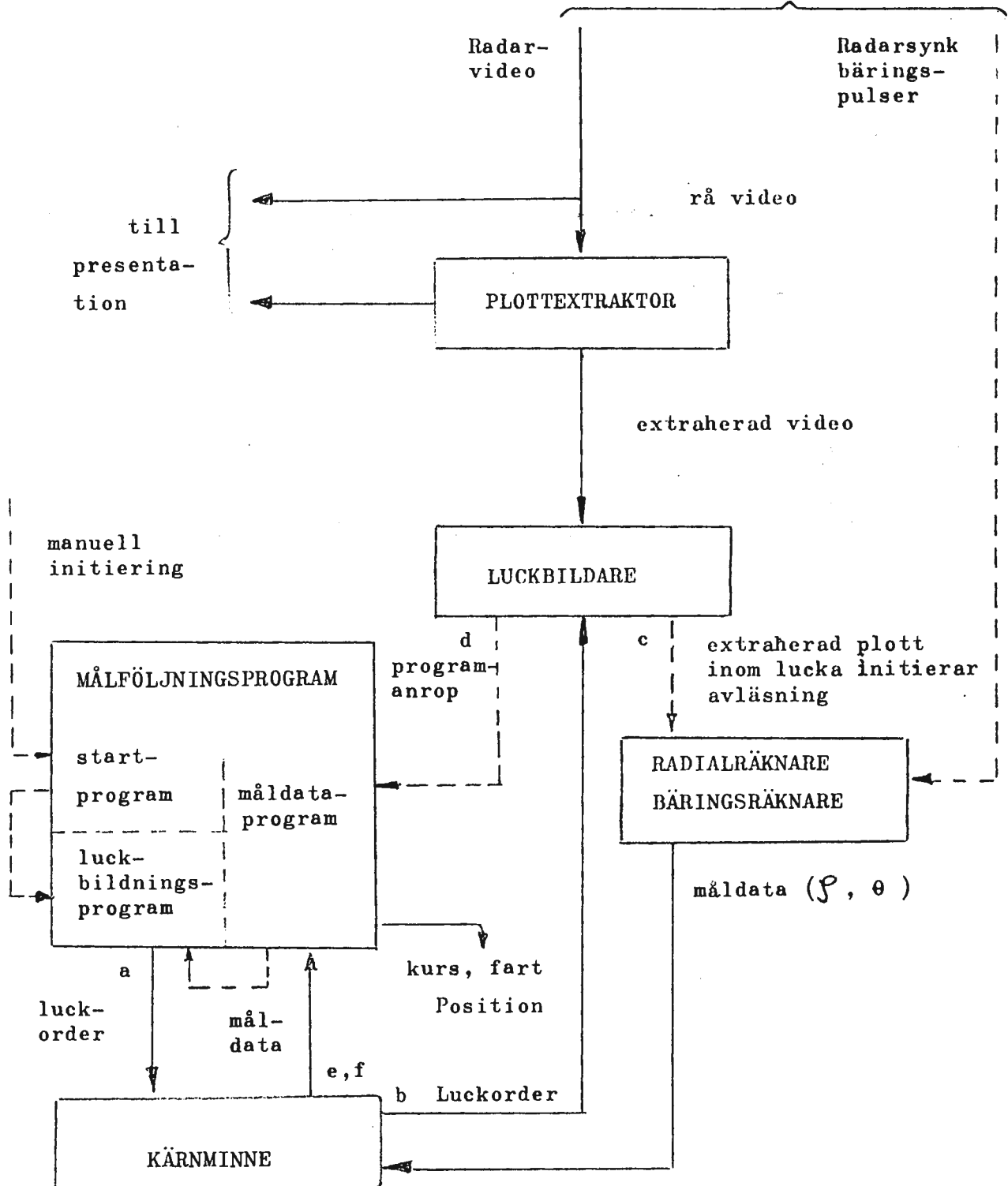
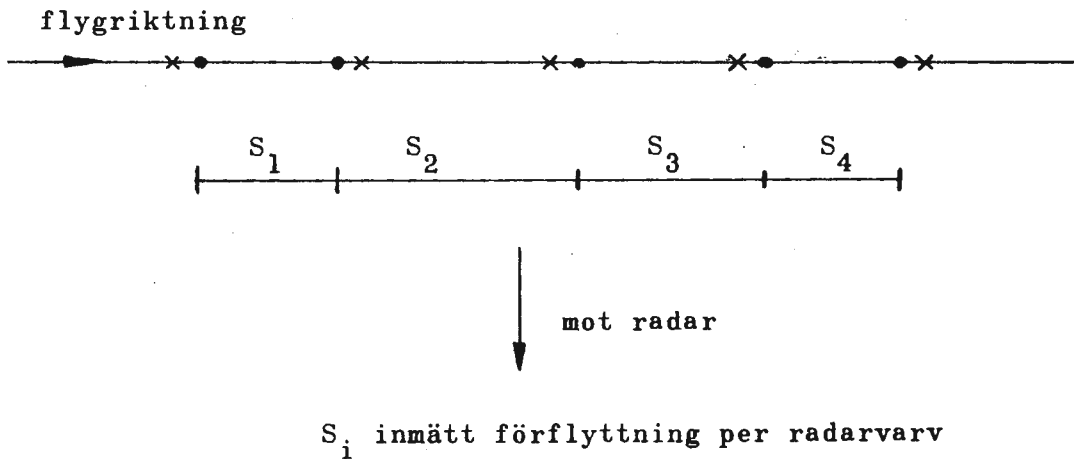


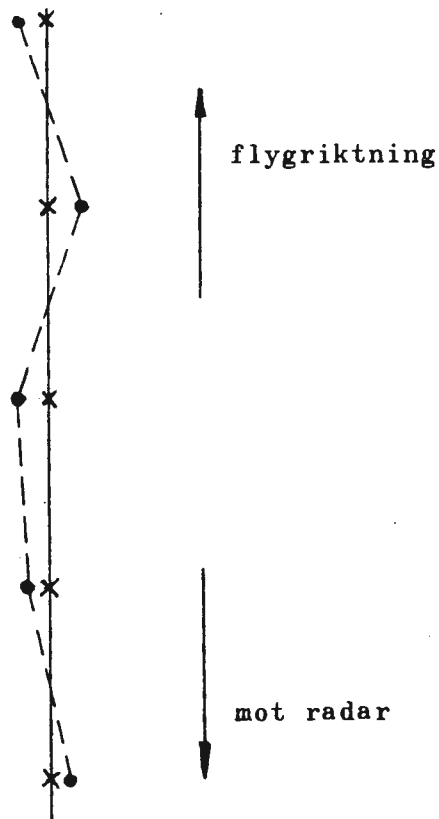
Fig 2.1 Systemflödesplan för automatisk målföljning



- a. Flygriktning tvärs radarriktning medför svårigheter vid bestämning av Fart



- b. Flygriktning längs radarriktning medför svårigheter vid bestämning av Kurs



- X flygplanets verkliga position  
 ● inmätt position

Fig. 4.1 Bäringsfelets inverkan på målföljningen

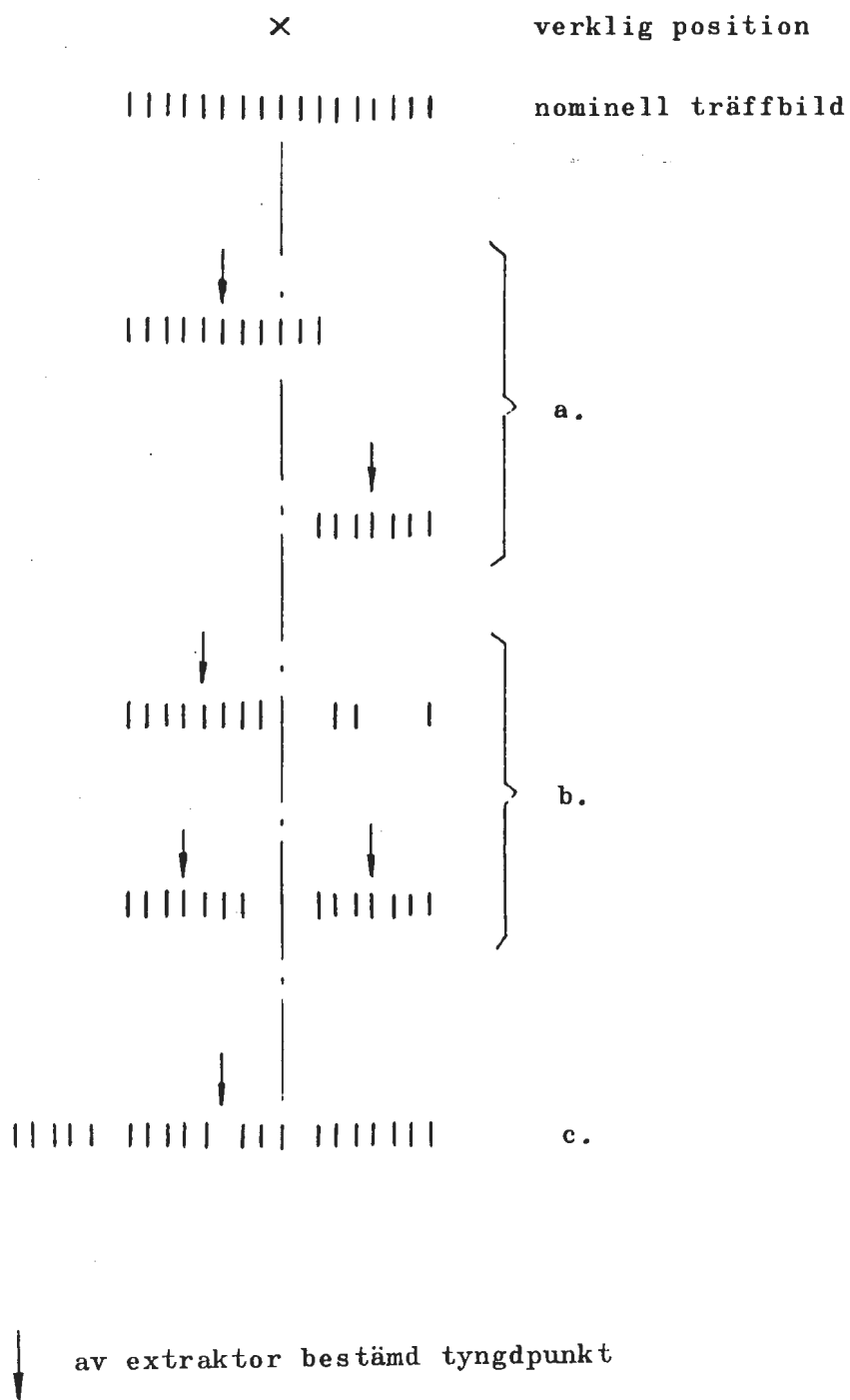
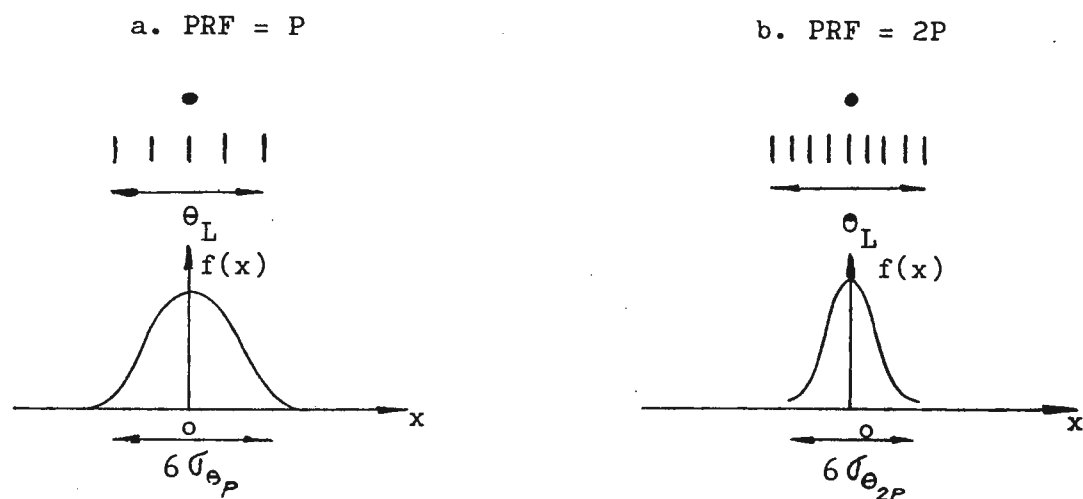
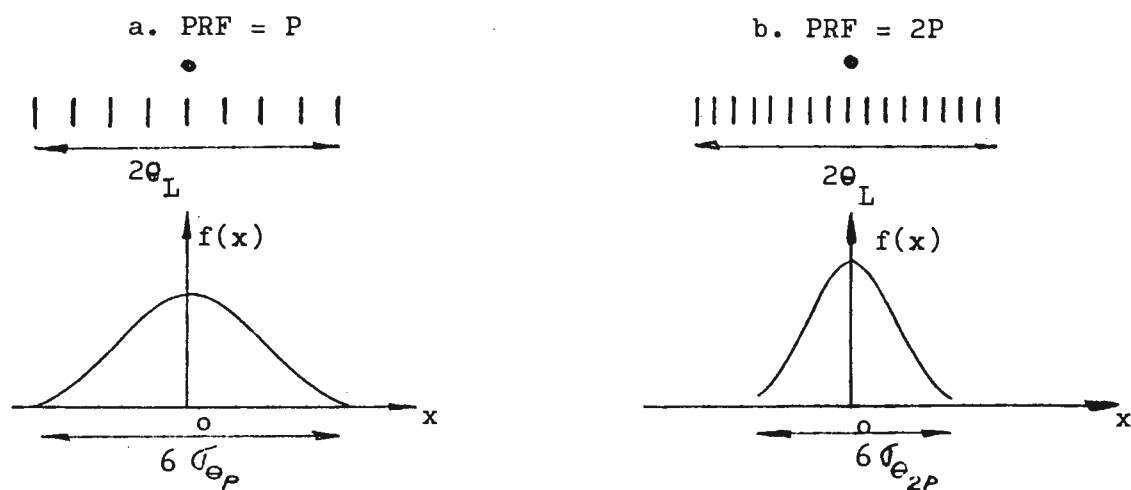


Fig. 4.2 Bäringsfel orsakat av defekt träffbild

1. lobvinkel  $\theta_L$ 2. lobvinkel  $2\theta_L$ 

|||| träffbild

• verklig position

x tyngdpunktens avvikelse från verkligt läge

f(x) frekvensfunktion

 $\theta_L$  lobvinkel

Fig. 4.3 Lobvinkelns inverkan på bäringsfelet  
Tyngdpunktens spridning kring verkligt position

Förutsättningar:

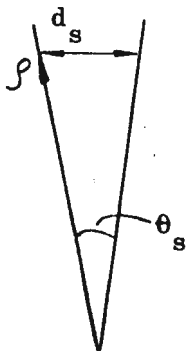
Radarstation med antenrotationstid = 10 sek.

PRF = 500 Hz

Detta ger:

$$\text{Vinkel mellan två svep} \quad \theta_s = \frac{2\pi}{500 \cdot 10}$$

$$\text{Distans mellan två svep} \quad d_s = \theta_s \cdot \rho = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot \rho$$



$$\theta_{mf} = k \cdot \theta_s$$

$$d = k \cdot d_s = k \cdot \theta_s \cdot \rho$$

$k$  är antalet svep som tyngdpunkten maximalt kan förskjutas.

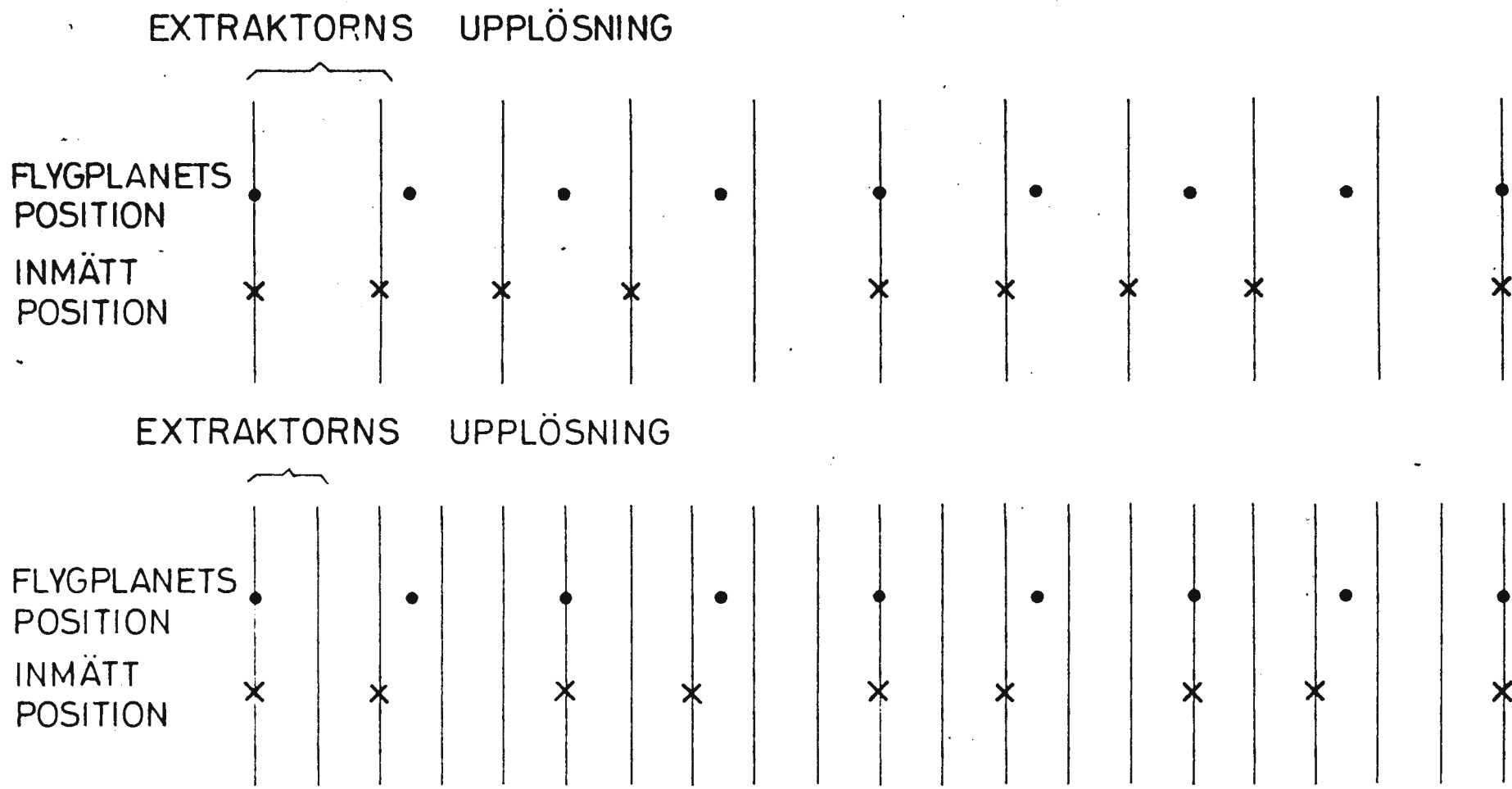
Tabell över  $d = f(\rho)$  för  $k = 1, 2, 4, 6$

$d$  är angivet i m,  $\rho$  i km

$\rho$ \ $k$	1	2	4	6
10	13	25	50	75
100	125	250	500	750
200	250	500	1000	1500
400	500	1000	2000	3000

Fig. 4.4. Det av bäringsfelet uppkomna distansfelets beroende av avståndet

FIG. 4.5 OLIKA EXTRAKTORUPPLÖSNINGARS PÅ INMÄTT POSITION INVERKAN



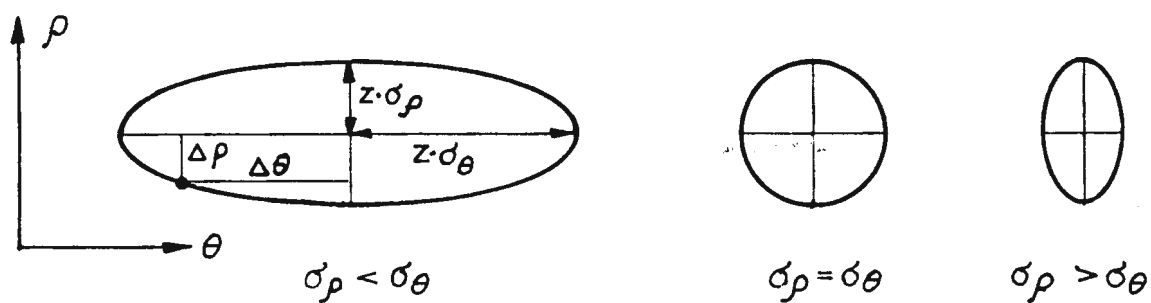


FIG. 4.6 KONFIDENSELLIPSER FÖR DET TOTALA INMÄTNINGSFELET

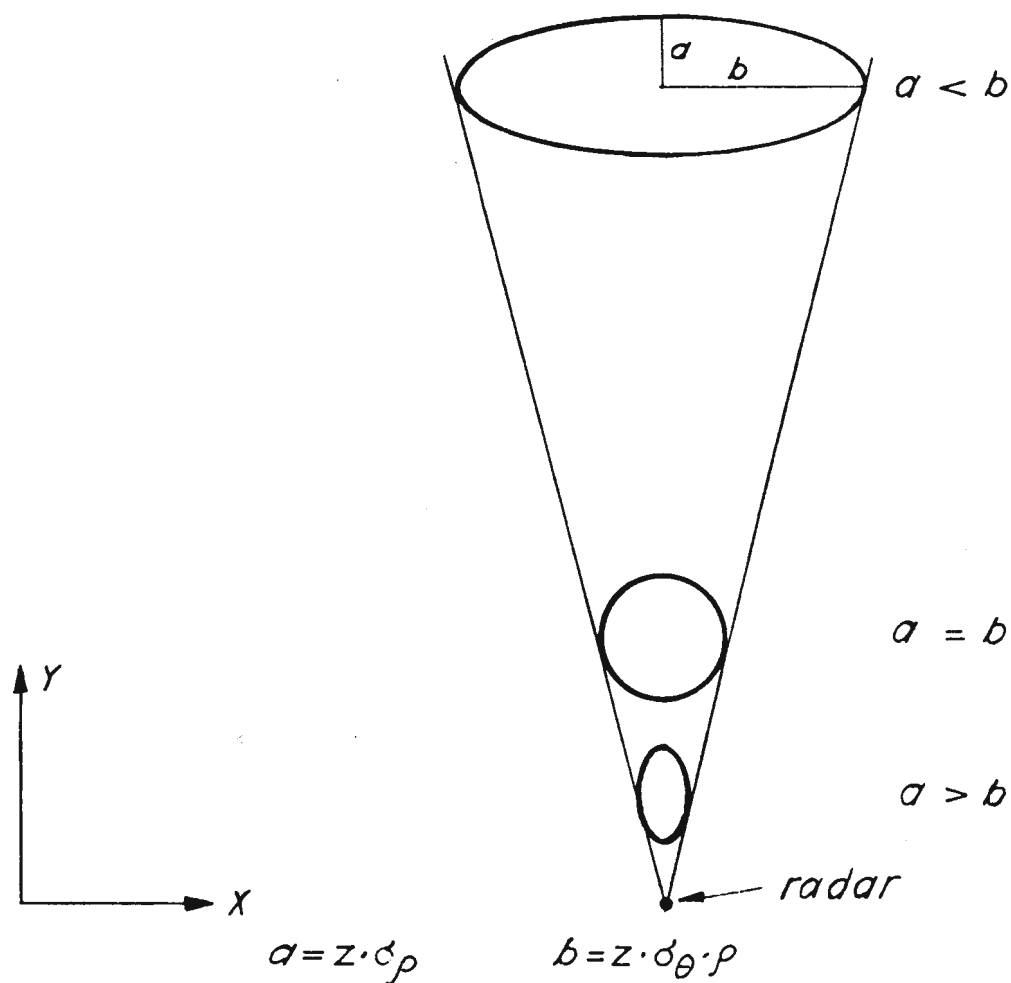
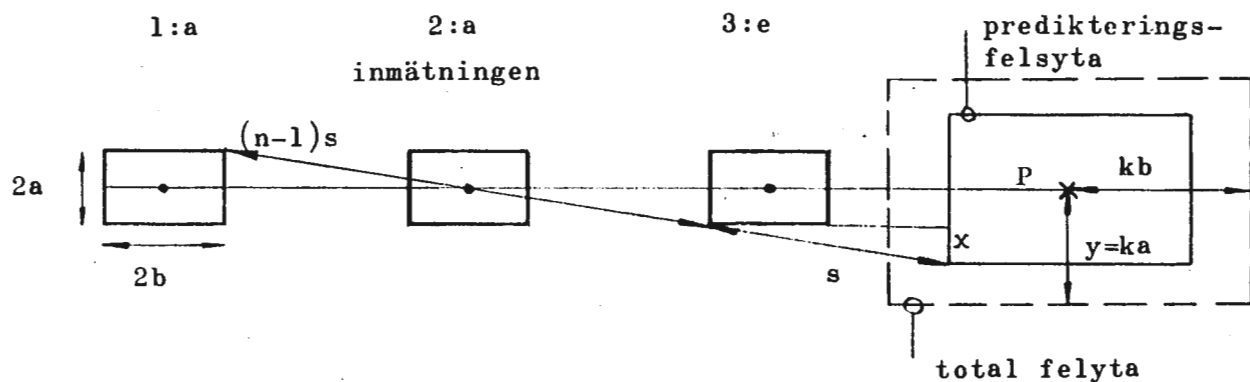


FIG. 4.7 KONFIDENSELLIPSERNAS AVSTÄNDSBEROENDE

Fig. visar predikteringsfelet efter 3 inmätningar



inmätt plott med maximal felyta

P predikterad position

n antal plottar för prediktering av P

ka, kb maximal avvikelse mellan P och inmätt position

s flygplanets verkliga förflyttning mellan två inmätningar

total felyta erhålls genom att till predikteringsfelet lägga inmätningens felet i den n+1:a inmätningen

$$\frac{x}{s} = \frac{2a}{(n-1)s}$$

$$x = \frac{2a}{n-1}$$

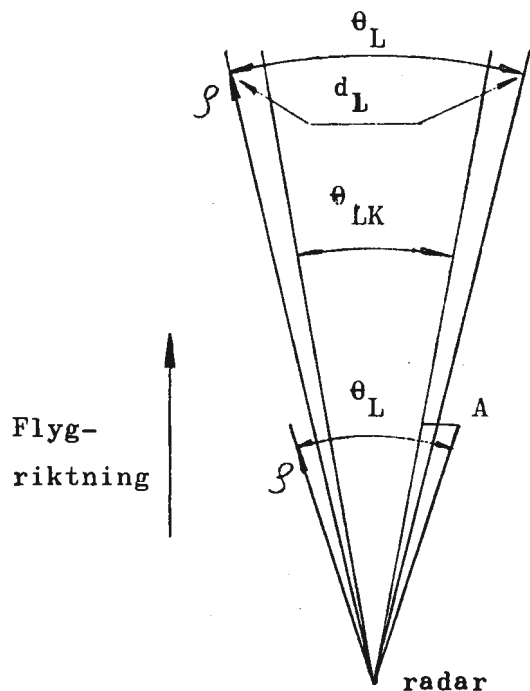
$$y = x + a + a = a \frac{2n}{n-1} = ka$$

$$k = \frac{2n}{n-1} \quad (\text{predikteringsfelsfaktor})$$

Tabell över k(n)

n	k(n)
2	4,00
3	3,00
4	2,67
5	2,50
6	2,40
7	2,33
8	2,29
9	2,25
10	2,22

Fig. 5.1 Predikteringsfel



$$\theta_L = \theta_{LK} + 2 \theta_{LV}$$

$$\theta_{LK} = 2(k_1 \cdot k_2 \cdot \theta_s)$$

$$\theta_{LV} = \frac{A}{\rho}$$

$$d_L = \theta_L \cdot \rho$$

### Exempel på luckans storlek i bäringsled

#### 1. Förutsättningar:

$$k_1 = 4$$

dvs predikteringen grundas på två inmätningar

$$k_2 = 4$$

dvs plotten antas ligga maximalt fyra svep från verkligt läge

$$\theta_s = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad \text{Se fig. 4.4}$$

$$A = 2000 \text{ m}$$

avvikelse på grund av sväng. Se tab. i fig. 5.4

$$\rho = 200 \text{ km}$$

avstånd från radarstationen

Detta ger:

$$\theta_L = 40 \cdot 10^{-3} + 20 \cdot 10^{-3} = 60 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 3,4^\circ$$

#### 2. Lobvinkeln $\theta_L$ omräknad till distans betecknas $d_L$ .

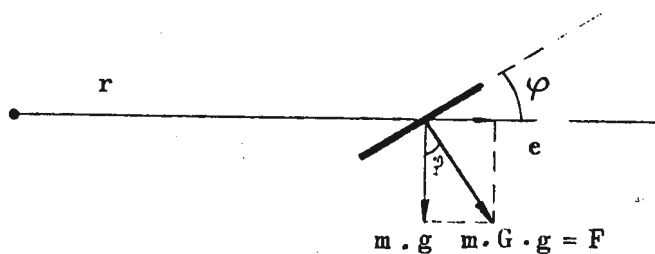
Med förutsättningar enl. 1 ovan erhålles nedanstående tabell.

$$d_L = f(\rho)$$

$\rho$ (km)	$d_L$ (km)
50	6
100	8
200	12
300	16
400	20

Fig. 5.2 Luckans utsträckning i bäringsled





m massa

g tyngdaccelerationen

r svängradie

$\varphi$  bankningsvinkel

v hastighet

F resulterande kraft som verkar på planet

$$c = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \text{ger}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

$$r = \frac{v^2}{\text{tg } \varphi \cdot g}$$

$$G = \frac{1}{\cos \varphi}$$

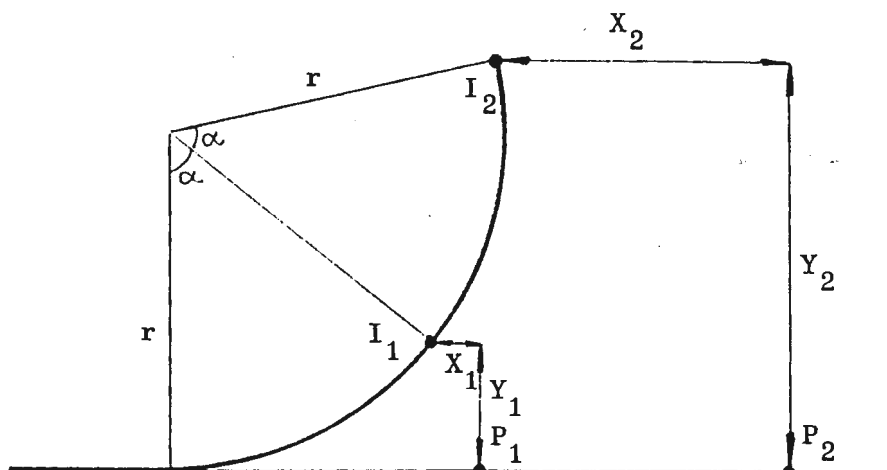
$$r = f(\varphi, v)$$

$\varphi^\circ \backslash \frac{v}{\text{m/s}}$	100	200	300
30	1730	6942	15570
45	1000	4000	9000
60	580	2320	5200
70	360	1440	3240

$$G = f(\varphi)$$

$\varphi^\circ$	G(g)
30	1,15
45	1,41
60	1,99
70	2,92

Fig. 5.3 Allmänna relationer för svängande flygplan



$P_1$  predikterad position för radarvarv  $n$

$P_2$  n+1

$I_1$  inmätt plott under radarvarv  $n$

$I_2$  n+1

$$\alpha = \frac{v \cdot T}{r} = \frac{T \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot g}{v} \quad T = \text{radarrotationstid (= 10 sek.)}$$

$$Y_1 = f(v, \varphi)$$

$\varphi^\circ \backslash v \frac{m}{s}$	100	200	300
30	270	280	280
45	450	470	490
60	690	850	870
70	680	1120	1210

$$X_1 = f(v, \varphi)$$

$\varphi^\circ \backslash v \frac{m}{s}$	100	200	300
30	68	60	60
45	170	120	190
60	430	210	110
70	840	600	480

$$Y_2 = f(v, \varphi)$$

$\varphi^\circ \backslash v \frac{m}{s}$	100	200	300
30	1000	1090	1090
45	1380	1770	1860
60	1110	2760	3210
70	140	2740	3920

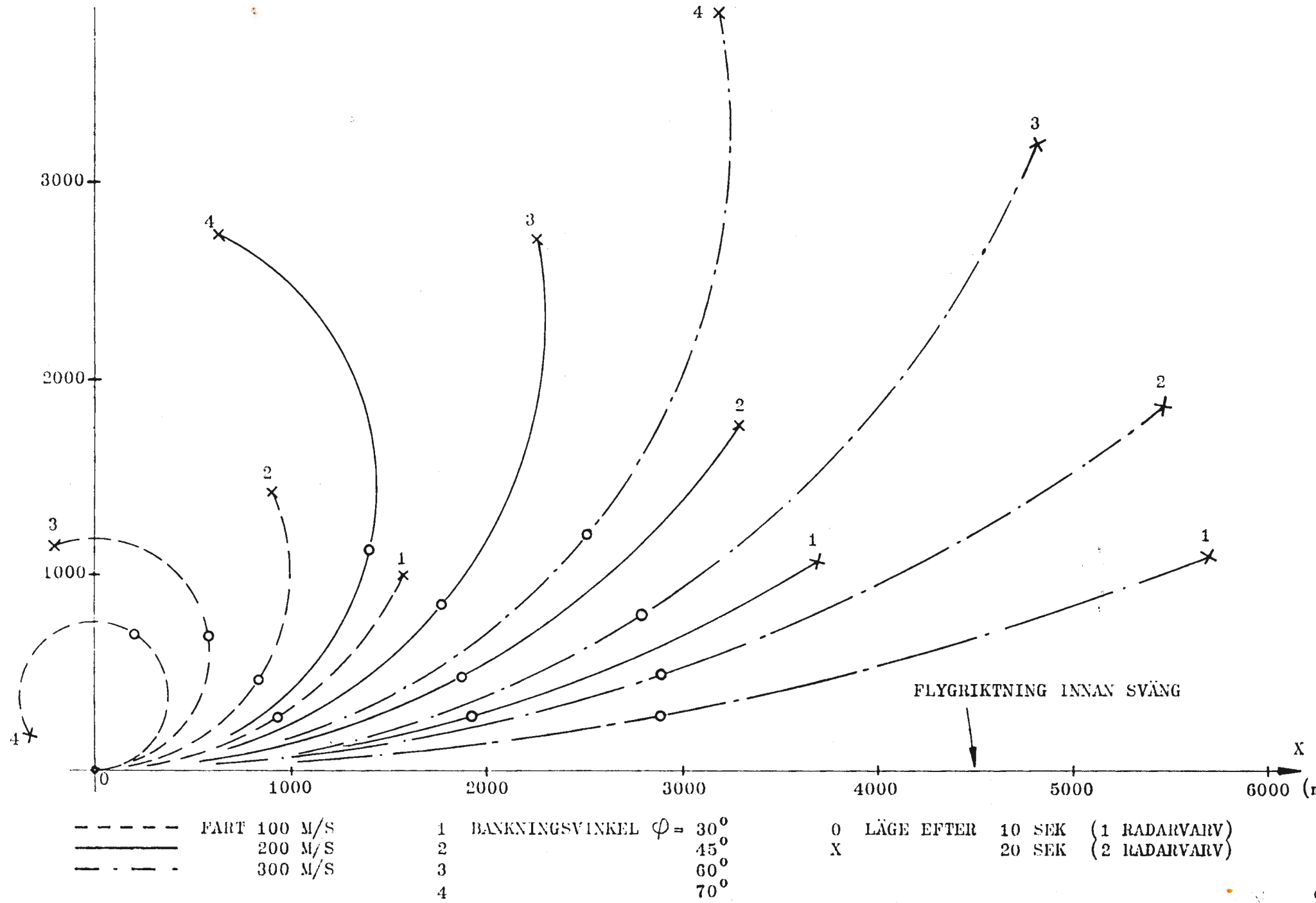
$$X_2 = f(v, \varphi)$$

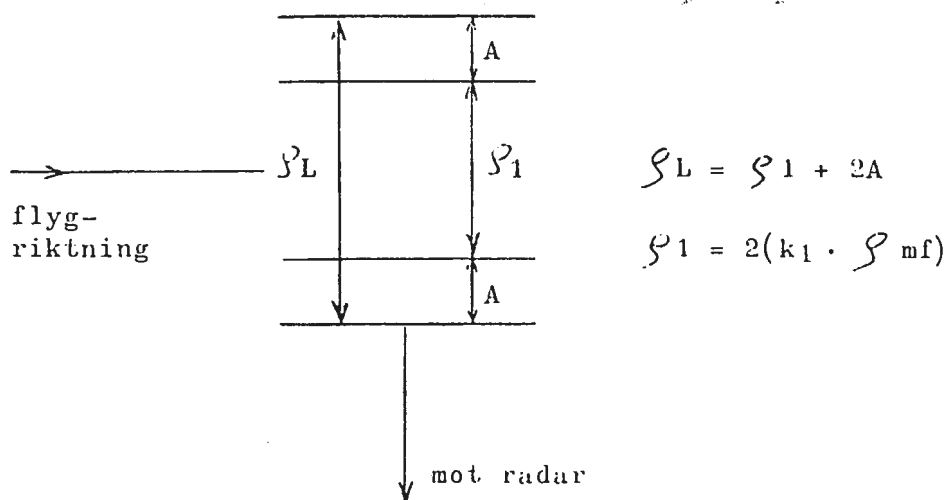
$\varphi^\circ \backslash v \frac{m}{s}$	100	200	300
30	430	280	280
45	1070	680	530
60	2220	1720	1190
70	2280	3370	2840

Fig. 5.4

Avvikelse mellan inmätt och predikterad position  
orsakad enbart av sväng

FIG. 5.5 INVERKAN AV HASTIGHETER OCH BANKNINGSVINKLAR PÅ FLYGPLAN INOM SVÄNG





### Exempel

Förutsättningar:

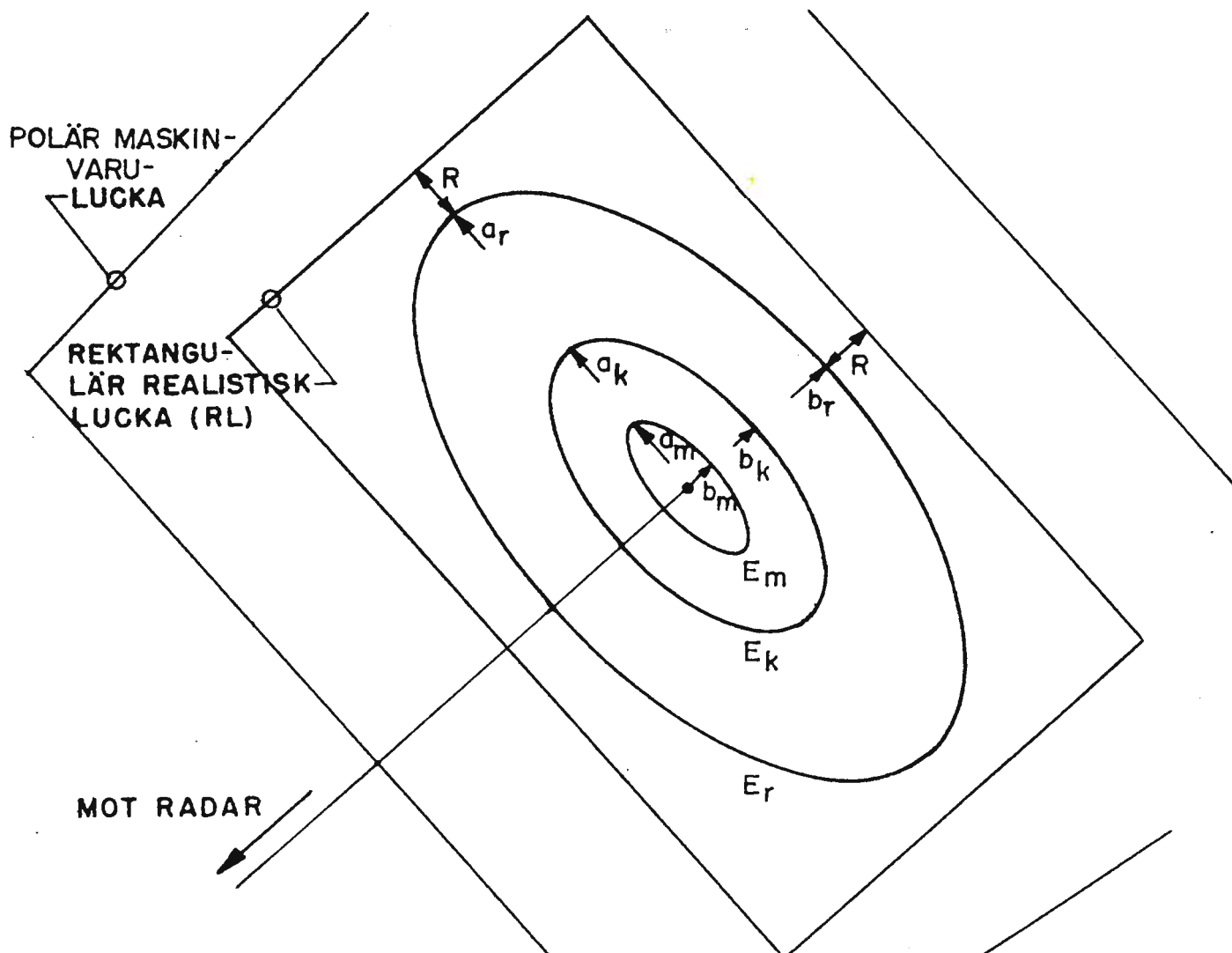
$k_1 = 4$  predikteringen grundad på två inmätningar

$S_{mf} = 250$  m korrelatorns halva kvantisering

$A = 2000$  m avvikelse på grund av sväng

Detta ger:  $S_L = 2000 + 4000 = 6000$  m

Fig. 5.6 Luckans utsträckning i radiell led



$$a_i = k_j \cdot k_\delta \cdot \sigma_\theta \cdot \rho \quad b_i = k_i \cdot k_\delta \cdot \sigma_\rho \quad i = r, k, m$$

NÄR KONSTANT-KURS-FART GÄLLER, BÖR:

INOM ELLIPS  $E_r$  ca 90% AV SAMTLIGA PLOTTAR LIGGA

$E_k$  60%

$E_m$  15%

HÄRVID ÄR HÄNSYN TAGEN TILL PREDIKTIONSFEL ( $k_\delta$ )  
OCH INMÄTNINGSFEL ( $\sigma_\theta$  RESP.  $\sigma_\rho$ )

$R = f(\text{PLOTMISS}, Q)$

FIG. 6.1 KONFIDENSELLIPSER BASERADE PÅ NORMALFÖRDELDE INMÄTNINGSFEL

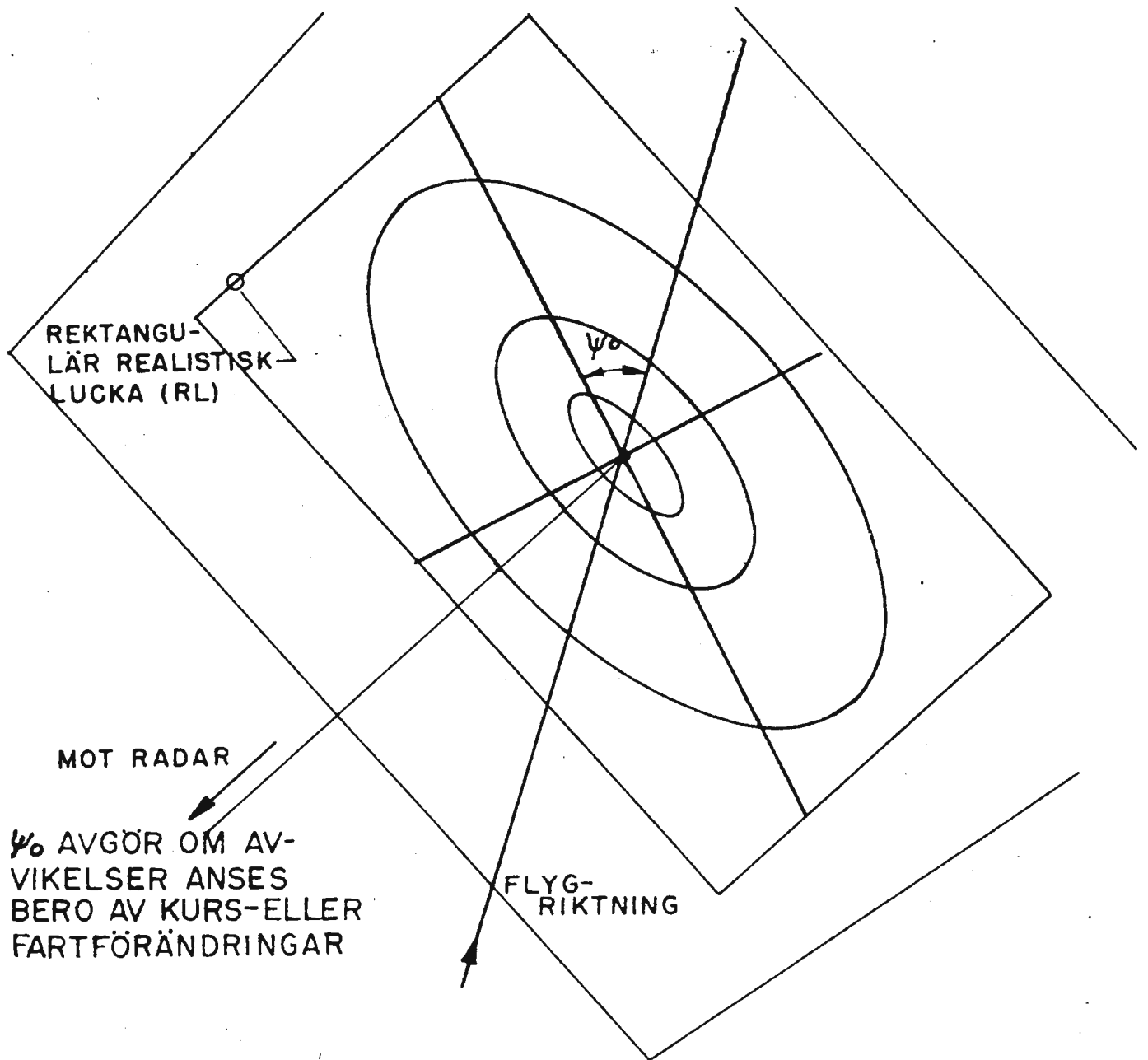
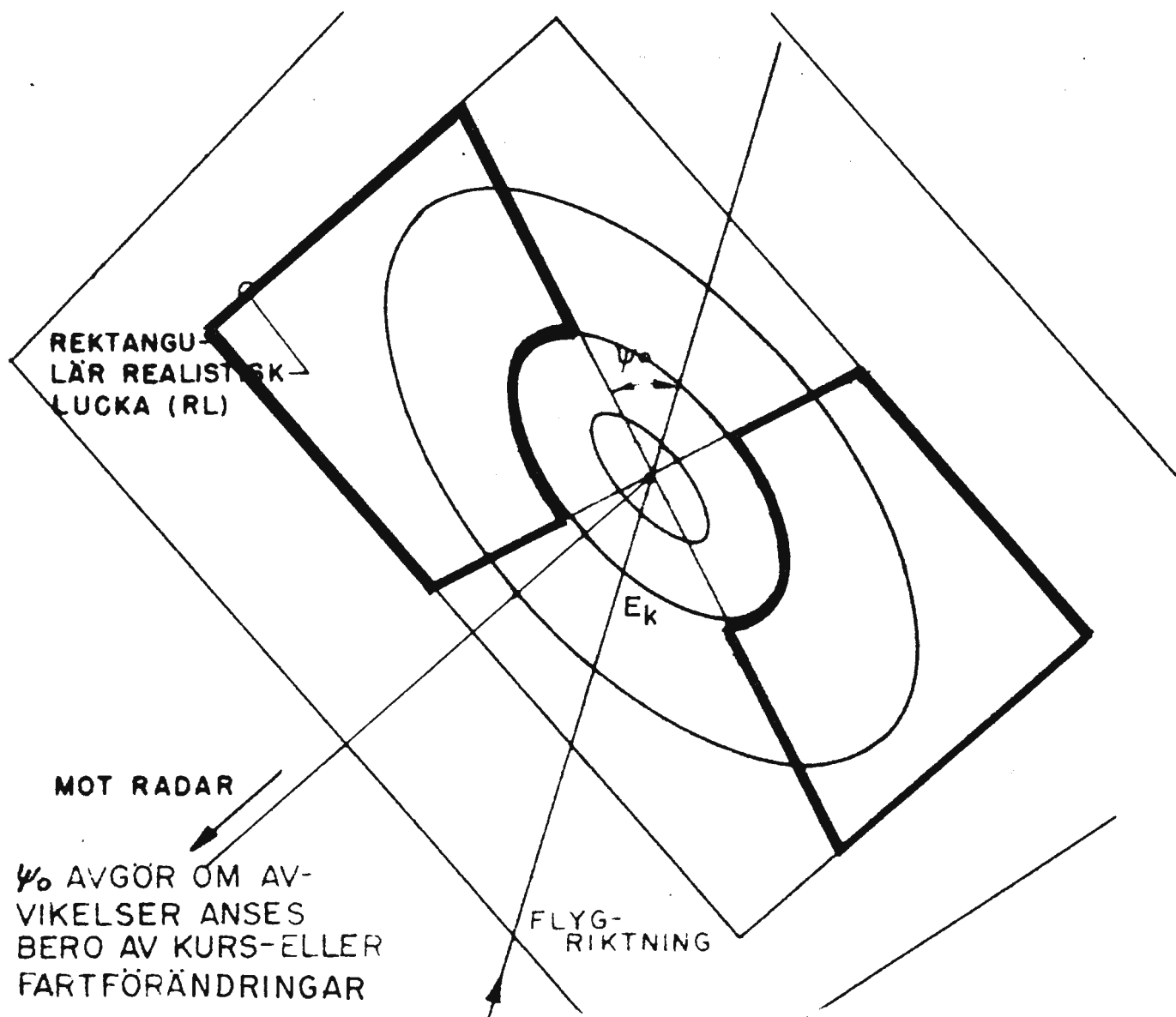


FIG. 6.2 KONFIDENSELLIPSER MED INLAGD VINKELTRÖSKEL



PLOTT TVÅ VARV I FÖLJD I MARKERAT OMRÅDE PÅ SAMMA SIDA OM FLYGRIKTNINGEN INNEBÄR ATT SVÄNG INDIKERAS. GAMMAL REGRESSIONSLINJE SLUTAR GÄLLA. FARTEN HÅLLES KONSTANT.

FIG. 6.3 KRITERIEYTOR FÖR SVÄNGINDIKERING

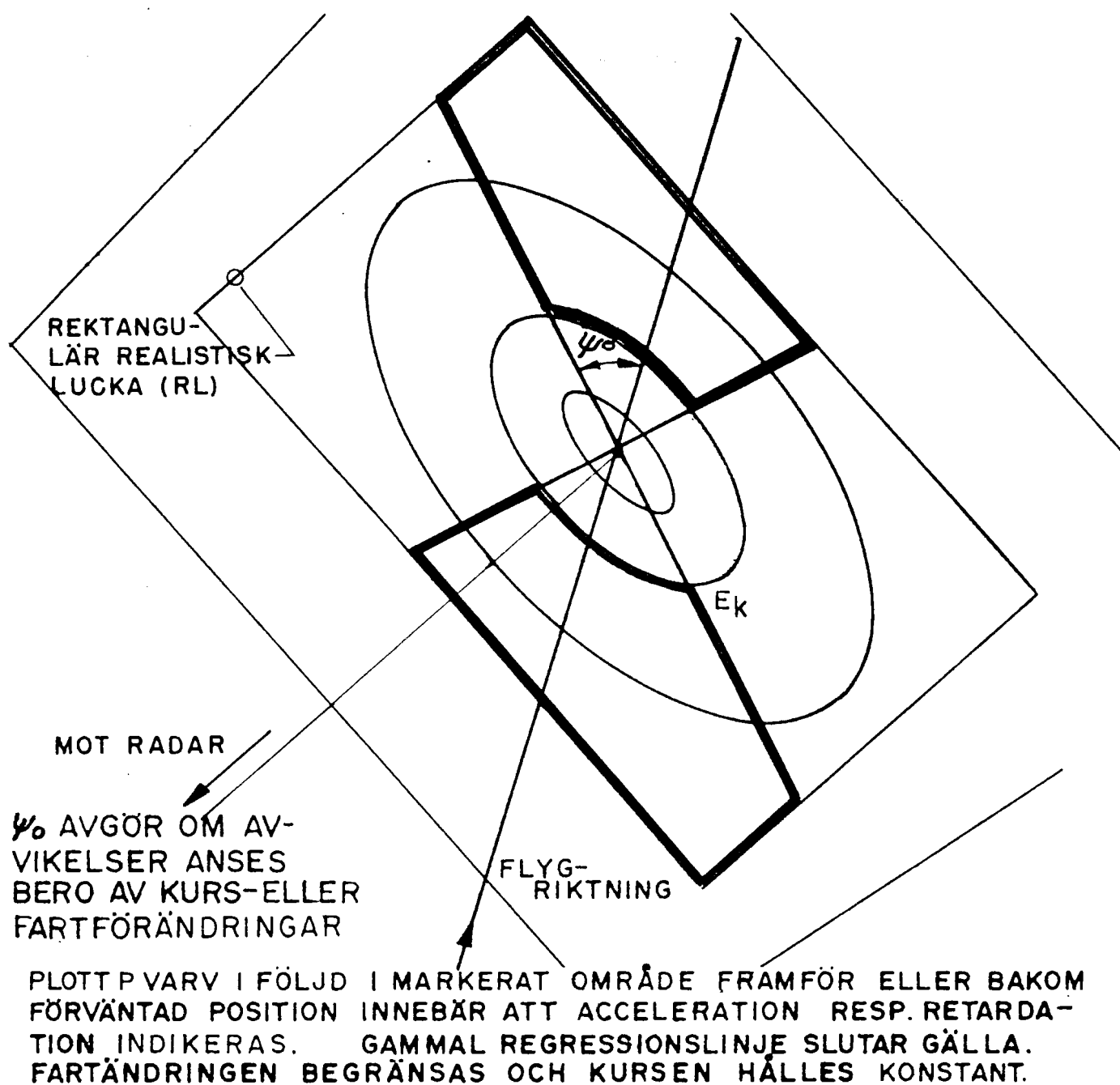
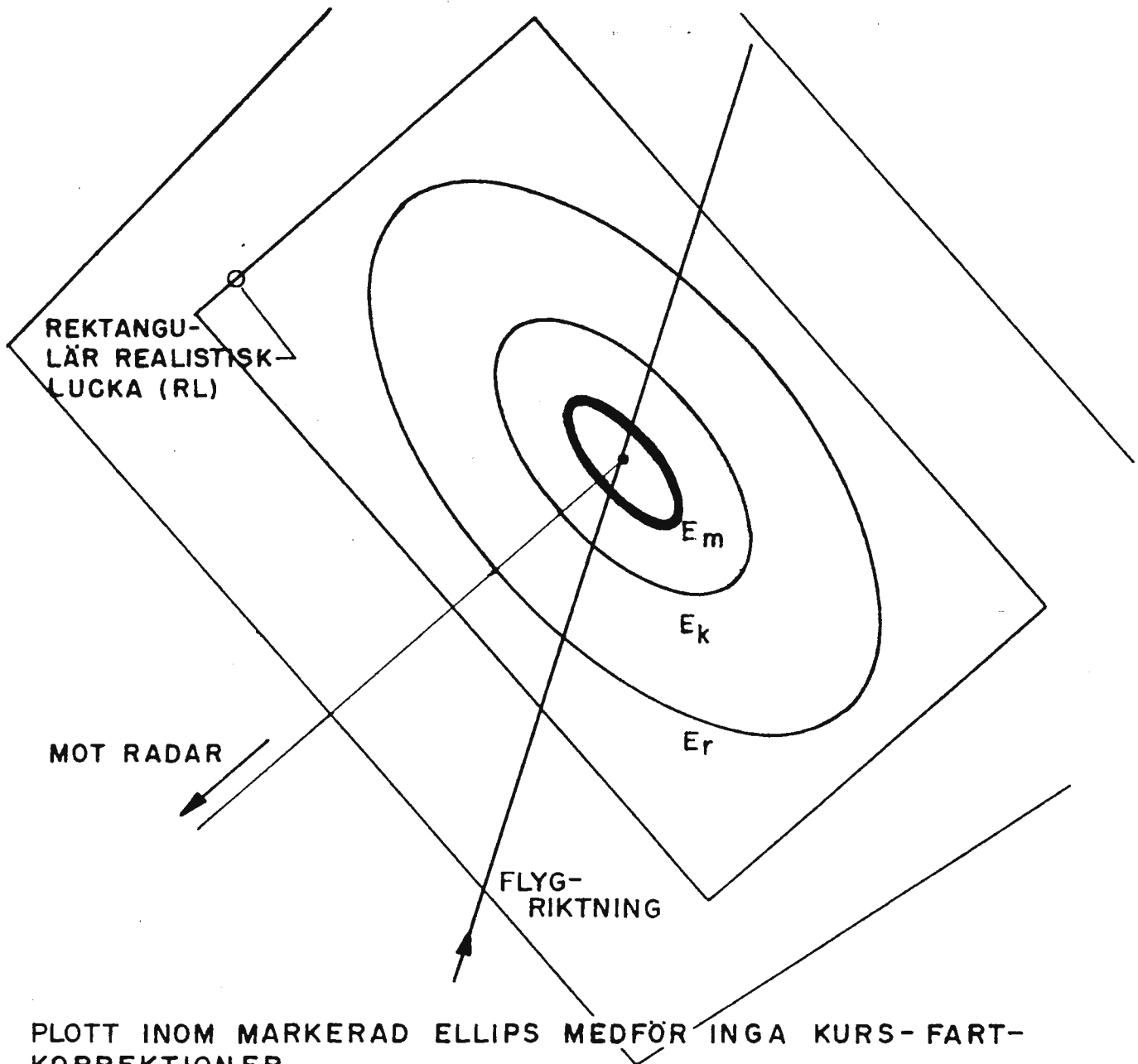


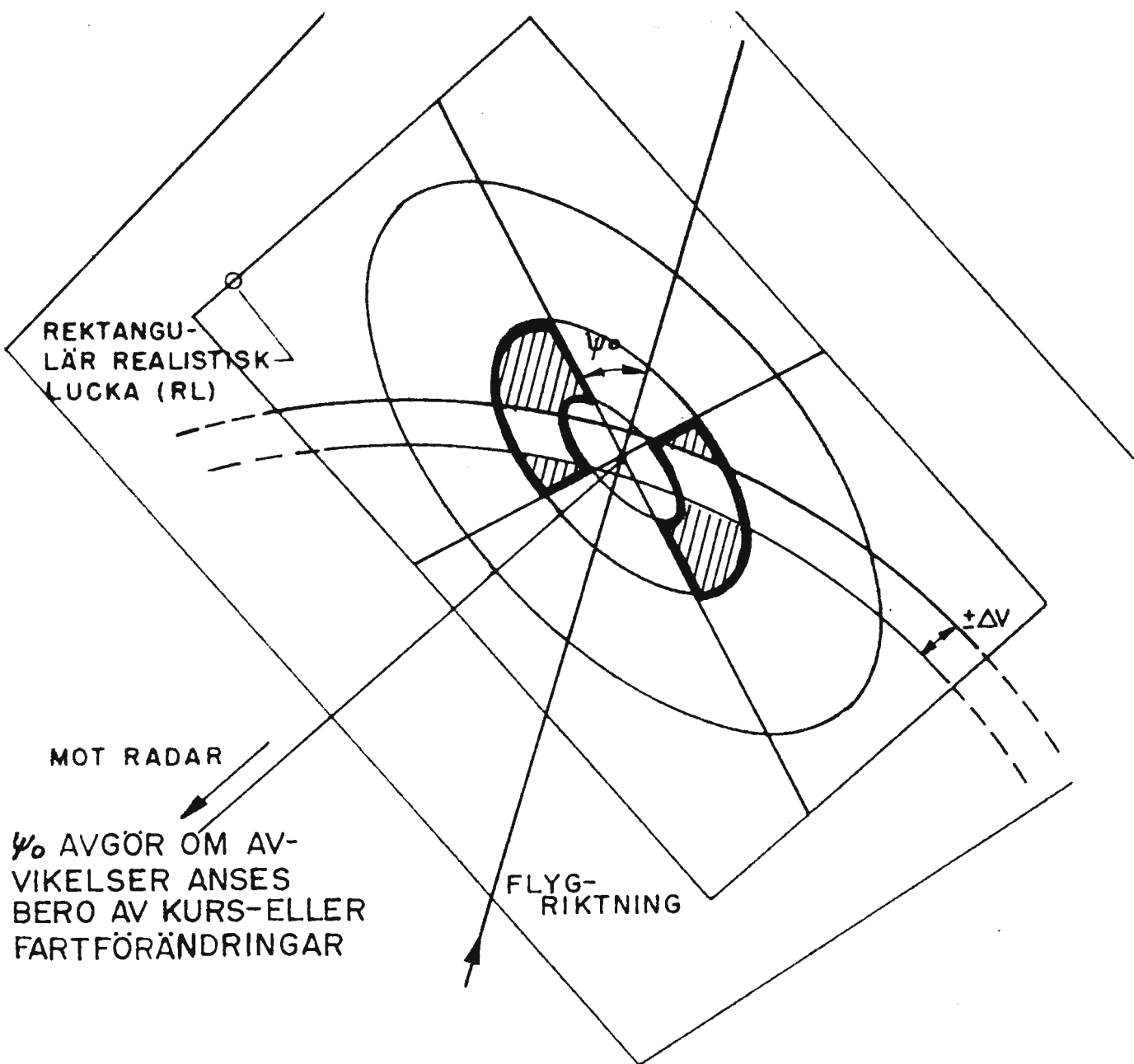
FIG.6.4 KRITERIEYTOR FÖR INDIKERING AV ACCELERATION / RETARDATION





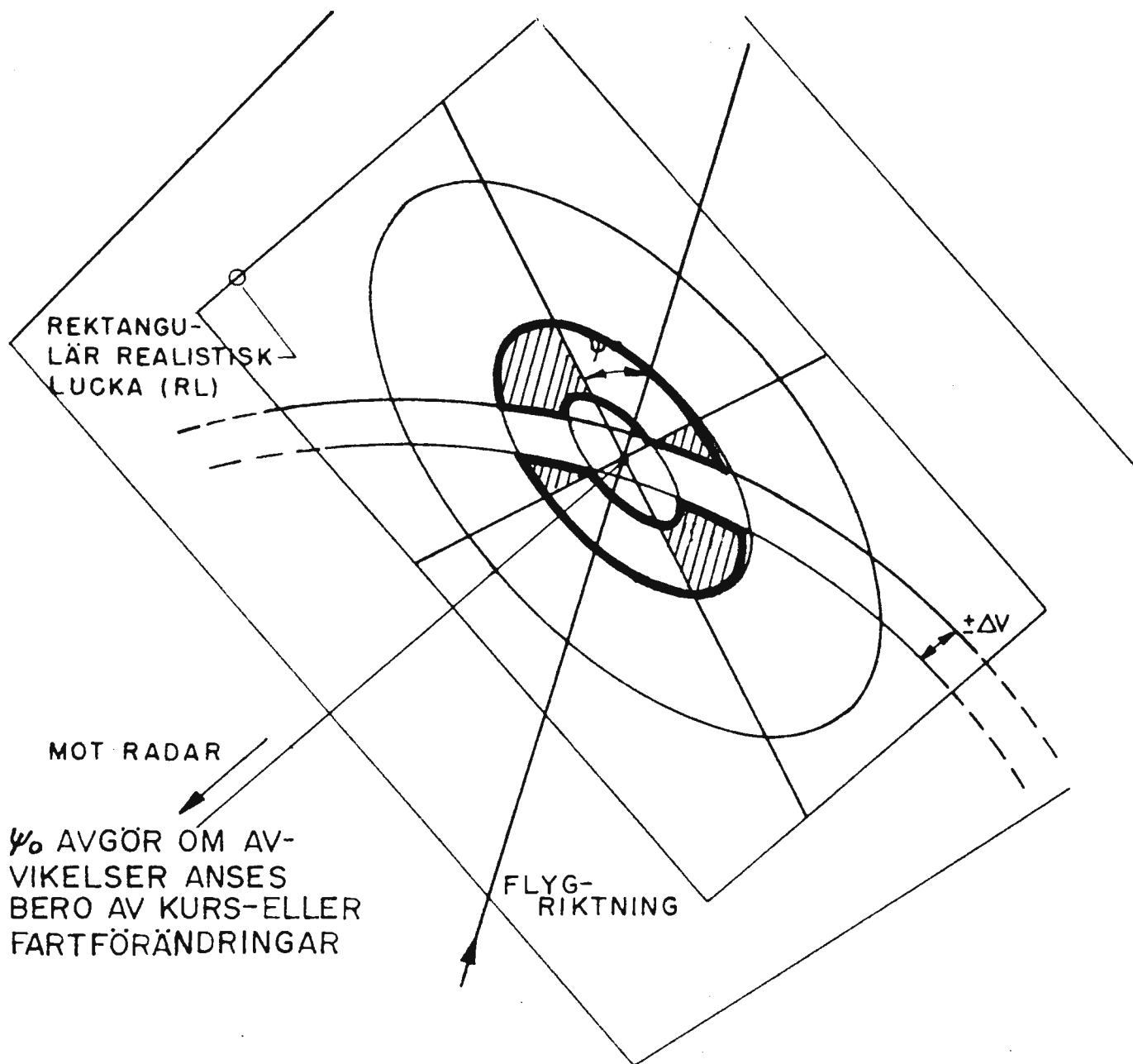
PLOTT INOM MARKERAD ELLIPS MEDFÖR INGA KURS-FART-KORREKTIONER.  
 REDUCERAD POSITIONSKORREKTION UTFÖRES.

FIG.6.5 STABILITETSLOGIK  
 KONFIDENSELLIPS FÖR KONSTANT KURS-OCH FARTHÅLLNING



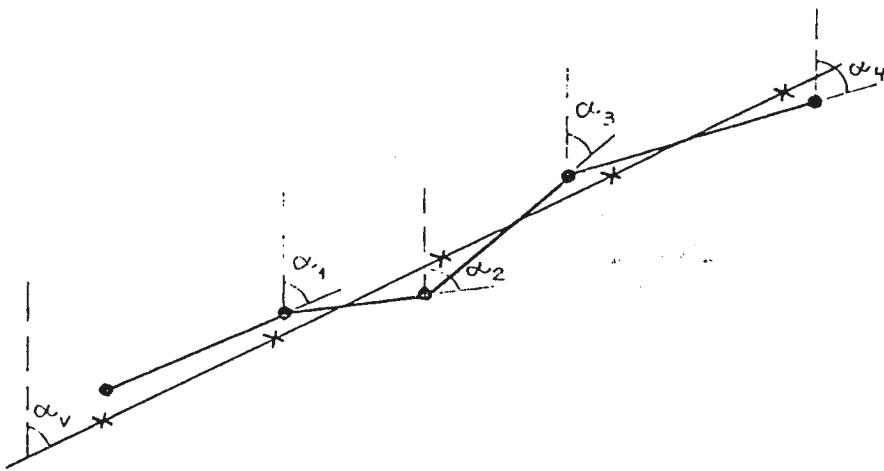
PLOTT INOM MARKERADE OMRÅDEN PÅVERKAR TENDENS I TVÄRSLED. VID KONSTATERAD TENDENS TILLÅTES KURSKORREKTION. DESSUTOM MEDGER PLOTT I STRECKAT OMRÅDE BEGRÄNSAD FARTKORREKTION OM TENDENS I LÄNGSLED HAR KONSTATERATS.

FIG.6.6 STABILITETSLOGIK, TENDENSUNDERSÖKNING I TVÄRSLED. KRITERIEYTOR FÖR TENDENS I TVÄRSLED



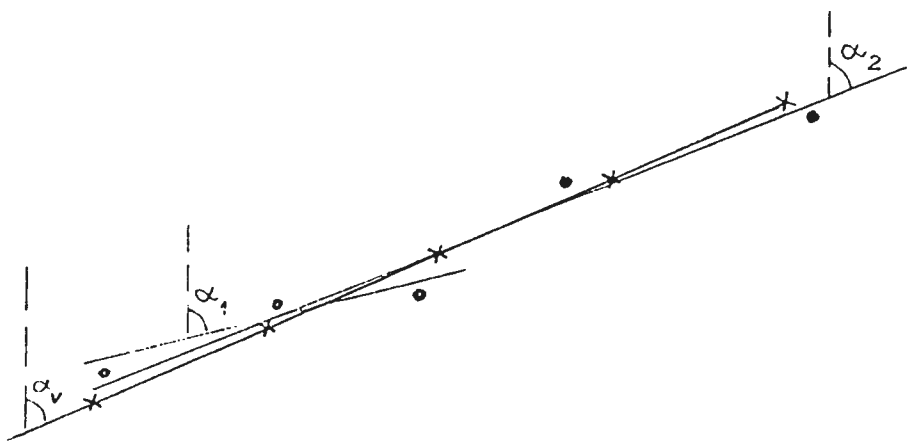
PLOTT INOM MARKERADE OMRÅDEN PÅVERKAR TENDENS I LÄNGSLED. VID KONSTATERAD TENDENS TILLÅTES BEGRÄNSAD FARTKORREKTION. DESSUTOM MEDGER PLOTT INOM STRECKAT OMRÅDE KURSKORREKTION OM TENDENS I TVÄRSLED KONSTATERATS.

FIG.6.7 STABILITETSLOGIK, TENDENSUNDERSÖKNING I LÄNGSLED. KRITERIEYTOR FÖR TENDENS I LÄNGSLED



- x           verklig position
- inmätt position
- $\alpha_v$        verklig kurs
- $\alpha_i$        beräknad kurs           *i* = 1, 2, 3, 4

Fig. 7.1      Beräkning av Kurs, Fart med successiv användning av  
inmätta plottar från två konsekutiva radarvarv

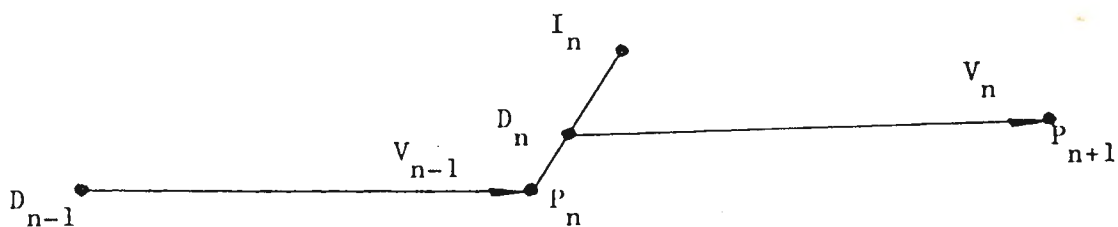


- $\alpha_v$        verklig kurs
- $\alpha_1$        beräknad kurs, regressionslinje inlagd med tre mätpunkter
- $\alpha_2$        beräknad kurs, regressionslinje inlagd med fem mätpunkter

Fig. 7.2      Beräkning av Kurs och Fart med användning av  
regressionslinje

$q$	$\alpha(q)$	$\beta(q)$
2	1,00	1,00
3	0,83	0,50
4	0,70	0,30
5	0,60	0,20
6	0,52	0,14
7	0,47	0,11
8	0,42	0,08
9	0,38	0,07
10	0,35	0,05

Fig. 7.3 Tabell över dämpningskonstanterna  $\alpha$  och  $\beta$



$$D_n = P_n + \alpha(I_n - P_n)$$

$$V_n = V_{n-1} + \beta(I_n - P_n) / T$$

$$P_{n+1} = D_n + V_n \cdot T$$

Fig. 7.4 Målföljningsekvationer

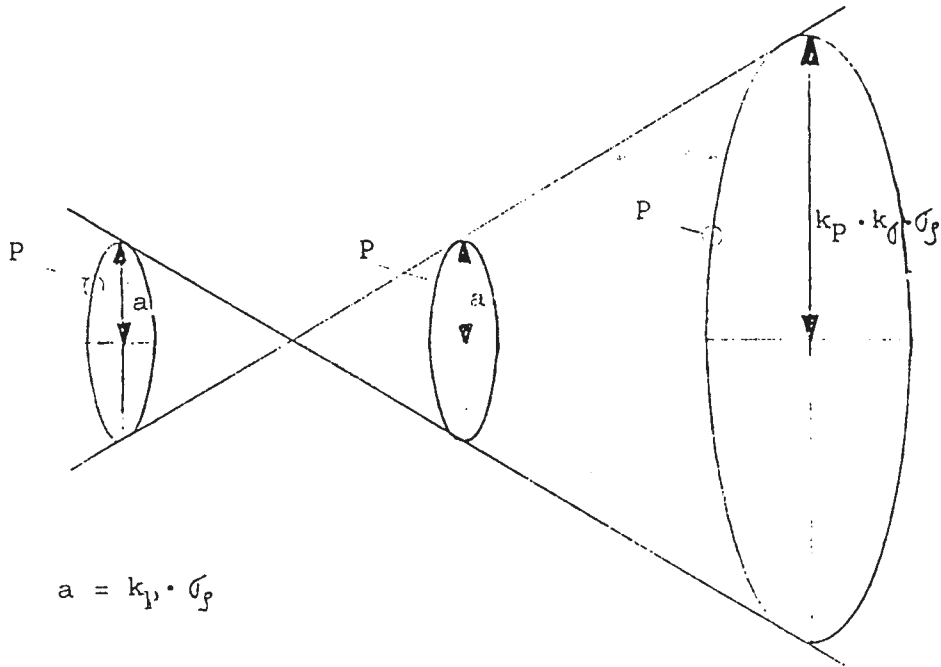


Fig. 7.5 Predikteringens inverkan på inmätningens felyta

P	$k_p$
0,99	3,00
0,95	2,45
0,80	1,80
0,70	1,55
0,63	1,41
0,50	1,18
0,40	0,99
0,30	0,85
0,20	0,67
0,10	0,46

För kontroll om inmätt plott är realistisk, valt  $k_p$  betecknas  $k_r$

För kontroll om inmätt plott ligger på konstant-kurs-fart-bana, valt  $k_p$  betecknas  $k_k$

Innebär småavvikelser som ej tillåtes påverka gammal kurs och fart, valt  $k_p$  betecknas  $k_m$

Fig. 7.6 Tabell över  $k_p$  för olika konfidensgränser, P

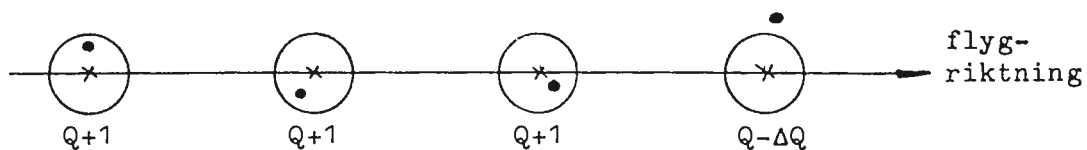
radarvarv n-3

n-2

n-1

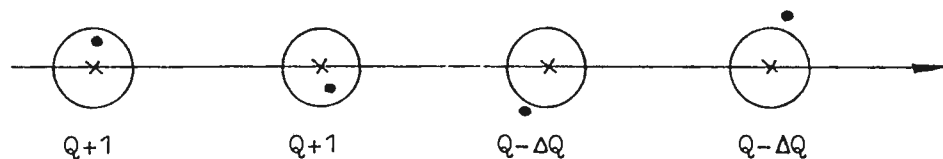
n

a)



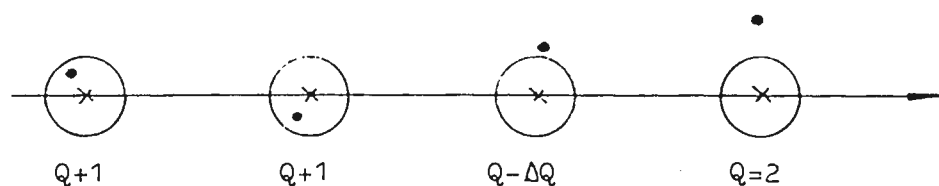
<u>radarvarv</u>	<u>resultat</u>
n-3	rakbana är satisfierad
n-2	rakbana är satisfierad
n-1	rakbana är satisfierad
n	ev. början till manöver indikeras

b)



<u>radarvarv</u>	<u>resultat</u>
n-3	rakbana är satisfierad
n-2	rakbana är satisfierad
n-1	ev. början till manöver indikeras (högersväng)
n	ev. början till manöver indikeras (vänstersväng)

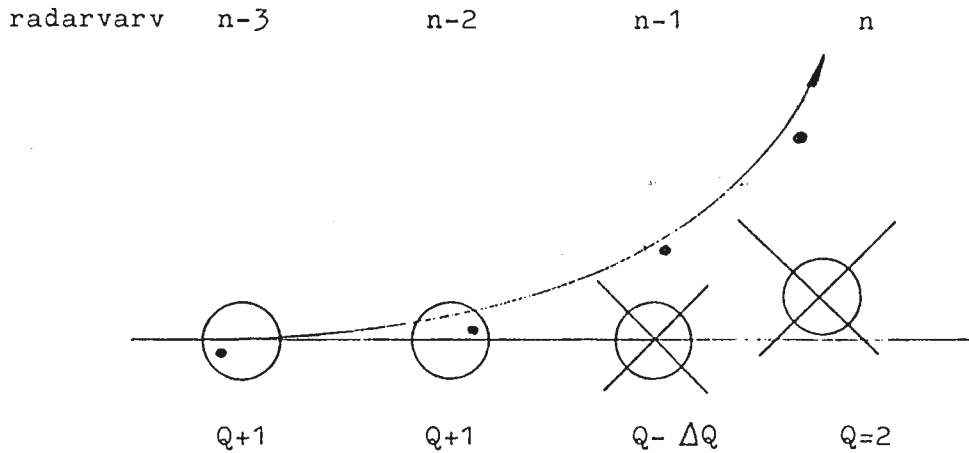
c)



<u>radarvarv</u>	<u>resultat</u>
n-3	rakbana är satisfierad
n-2	rakbana är satisfierad
n-1	ev. början till manöver indikeras (vänstersväng)
n	rakbana frångås, manöver indikeras (vänstersväng)

anger predikterad position med konfidensellips  $E_k$ 

anger inmätt plott

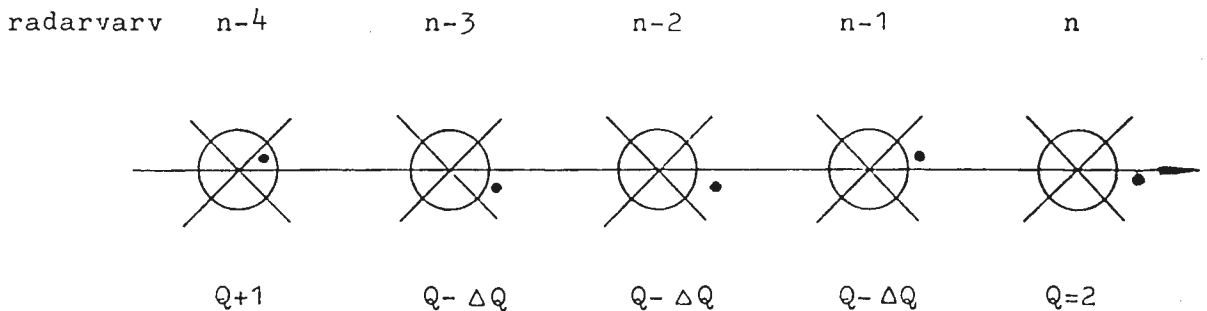


<u>radarvarv</u>	<u>resultat</u>
n-3	rakbana är satisfierad
n-2	rakbana är satisfierad
n-1	ev. sväng indikeras (rakbanestatus gäller)
n	sväng indikeras, rakbana frångås



anger predikterad position med konfidensellips  $E_k$   
 anger inmätt plott

Fig. 8.1 Kriterium för svängindikering



<u>radarvarv</u>	<u>resultat</u>
n-4	rakbana är satisfierad
n-3	ev. acceleration indikeras (rakbanestatus gäller)
n-2	ev. acceleration indikeras (rakbanestatus gäller)
n-1	ev. acceleration indikeras (rakbanestatus gäller)
n	acceleration indikeras

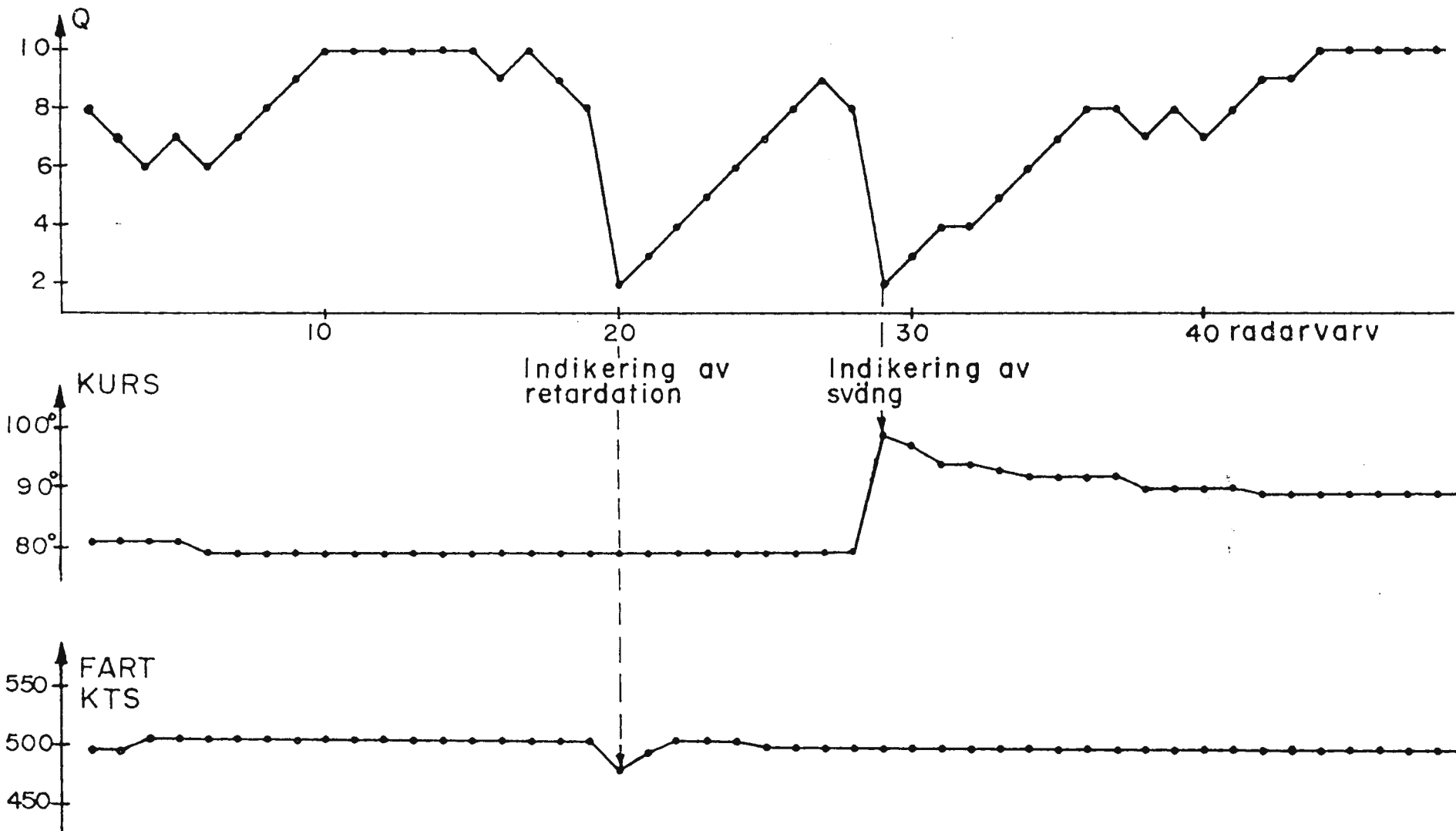


anger predikterad position med konfidensellips  $E_k$   
 och vinkeltröskel  
 anger inmätt plott

Fig. 8.2 Kriterium för indikering av acceleration/retardation



FIG. 11.1 KURS OCH FARTKURVOR



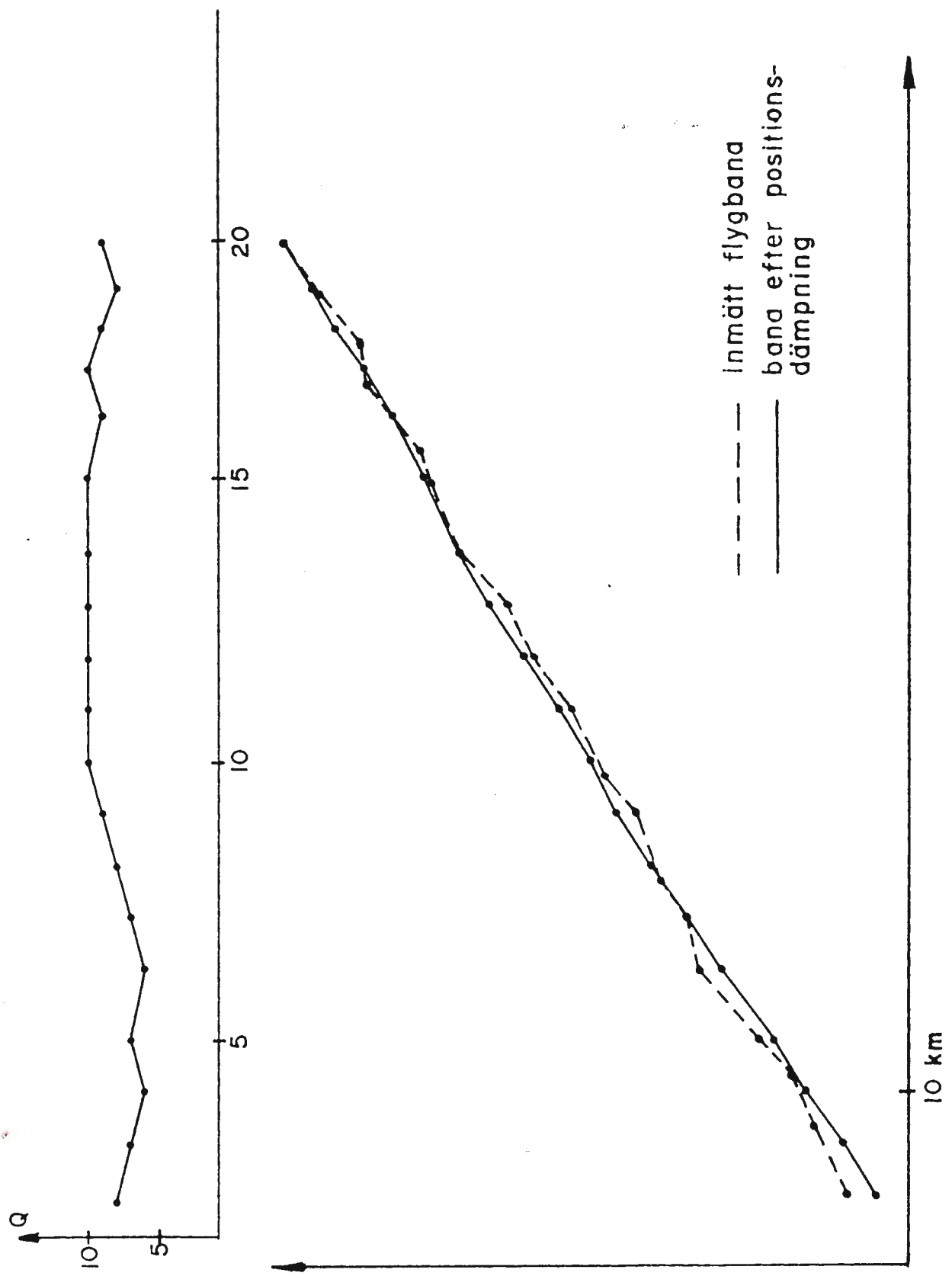


FIG. II.2 POSITIONSPLOTTNING

Användning av regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden för automatisk målföljning på konstant-kurs-fart-bana

Förutsättning: Mellan två variabler  $x$ ,  $y$ , båda behäftade med statistiska svängningar, råder ett linjärt samband.

Sökt: Den linje som i minsta-kvadrat-metodens mening bäst anpassar sig till de olika  $x$ - $y$ -paren.

1. Allmänt

Två regressionslinjer inlägges, dvs. lineär regression i en variabel åtgången utföres med den andra variabeln som parameter. Dessa två linjer sammanfaller endast då det råder exakt linjärt samband mellan  $x$  och  $y$ , dvs. då inga statistiska svängningar föreligger.

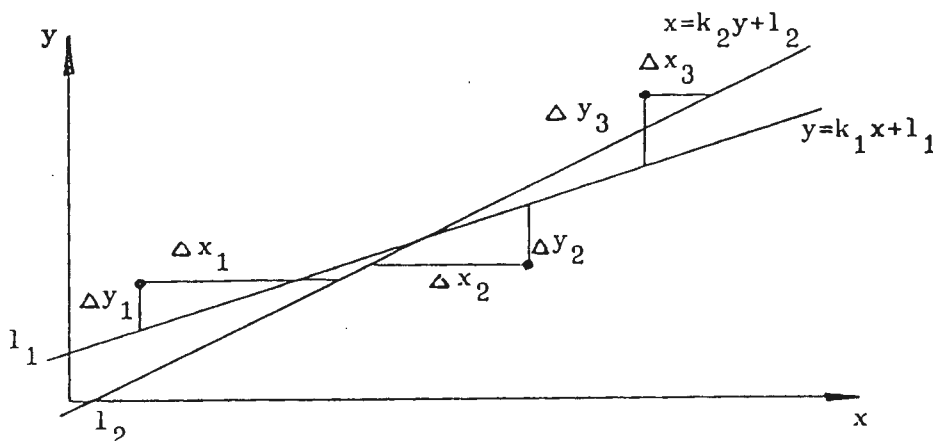


Fig. 1

En funktion  $F(k,l)$  kan ställas upp för varje linje:

$$F(k_1, l_1) = \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 \quad ; \quad \Delta y_i = k_1 x_i + l_1 - y_i$$

$$F(k_2, l_2) = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2 \quad ; \quad \Delta x_i = k_2 y_i + l_2 - x_i$$

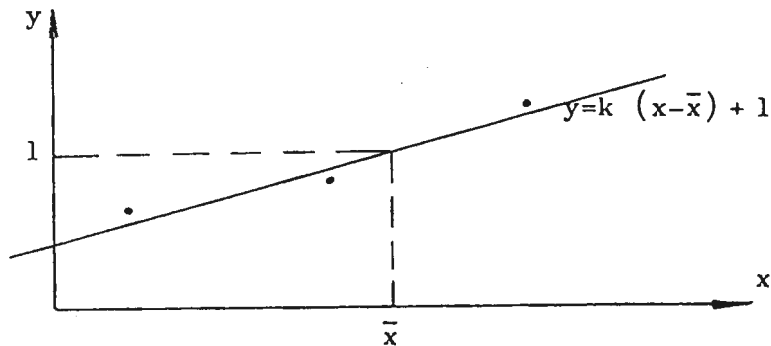
Då funktionen  $F(k,l)$  minimeras erhålls den linje som i minsta-kvadrat-metodens mening bäst anpassar sig till de olika mätpunkterna.

I den fortsatta behandlingen anges  $\sum_{i=1}^n$  som  $\Sigma$ .

2. Härledning av regressionslinjens ekvation

Vid härledningen betraktas  $x$  som parameter.

Fig. 2



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\begin{aligned} F(k, 1) &= \sum (k(x_i - \bar{x}) + 1 - y_i)^2 = \\ &= k^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + n1^2 + \underbrace{\sum y_i^2 + 2k1 \sum (x_i - \bar{x}) - 2k \sum y_i (x_i - \bar{x})}_{= 0} - 21 \sum y_i \end{aligned}$$

För extremvärde erhålls

$$\frac{\partial F}{\partial k} = 2k \sum (x_i - \bar{x})^2 - 2 \sum y_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial 1} = 2n1 - 2 \sum y_i = 0$$

Dessa villkor ger

$$1 = \bar{y} \quad \text{där} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$k = \frac{\sum y_i (x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

Regressionslinjens ekvation blir således

$$\underline{\underline{y - \bar{y} = \frac{\sum y_i (x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} (x - \bar{x})}} \quad (1)$$

### 3. Härledning av minsta-kvadrat-metodens dämpningsfaktorer

Vid automatisk målföljning inkommer mätvärden (positionsuppgifter) med jämna tidsintervall. Varje nytt mätvärde skall i princip medföra att ekvationen för en ny regressionslinje enl. föreg. avsnitt beräknas. Med användning av denna kan flygplanets troliga position, kurs och fart erhållas. För denna beräkning erfordras, att samtliga tidigare erhållna mätvärden finns tillgängliga.

Beroende dels på att regressionslinjens ekvation ej explicit behöver uttryckas, dels på att beräkningstid och lagringsutrymme i den använda datamaskinen måste begränsas är ovanstående förfarande ej lämpligt. Därför redovisas här en metod där den nya regressionslinjen bestäms genom att det nya mätvärdet via dämpningsfaktorer ( $\alpha, \beta$ ) påverkar den gamla linjens läge och riktningskoefficient.

Enligt denna metod behöver endast följande storheter finnas tillgängliga vid varje beräkningstillfälle:

- antalet mätvärden som ligger till grund för gammal regressionslinje
- riktningskoefficient för gammal regressionslinje
- predikterad position enl. gammal regressionslinje
- det nya mätvärdet

Formel (1) enligt föregående avsnitt kan omformas till:

$$y = \bar{y} + \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} (x - \bar{x}) \quad (2)$$

där  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum x_i y_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad \left( = \frac{n+1}{2} \text{ när } x_i = i \right)$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum x_i^2 \quad \left( = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} \text{ när } x_i = i \right)$$

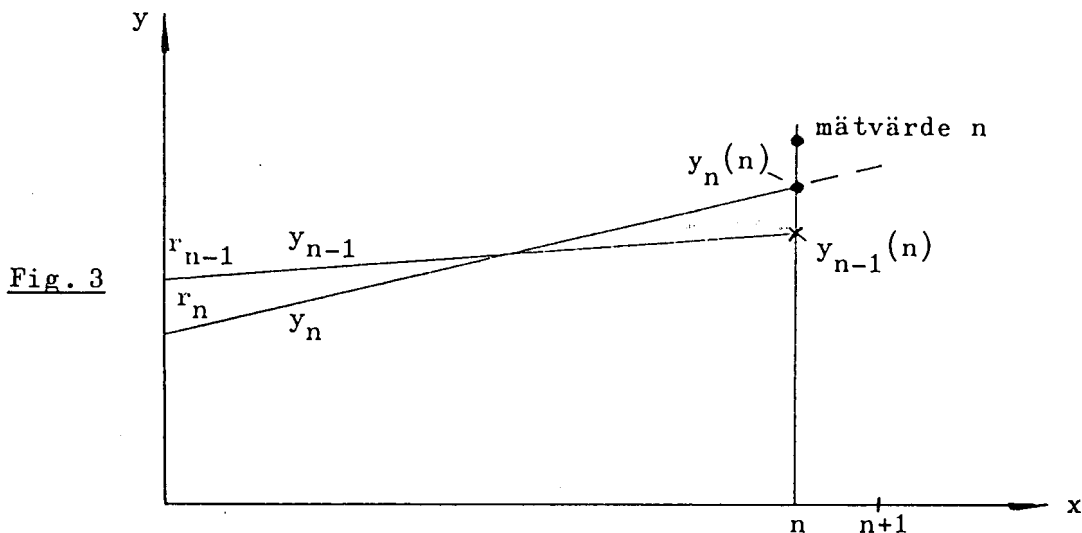


Fig. 3

- $y_{n-1}$  regressionslinje bildad av  $n-1$  punkter (gammal linje)
- $y_{n-1}(n)$  predikterat  $y$ -värde för  $x=n$
- $y_n$  regressionslinje efter påverkan av mätvärde  $n$  (ny linje)
- $y_n(n)$  dämpat  $y$ -värde, bestämt av ny regressionslinje
- $r_{n-1}$  riktningskoefficient för gammal linje
- $r_n$  riktningskoefficient för ny linje

Ekvationen för gammal regressionslinje erhålls enligt formel (2) som

$$y_{n-1} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} y_i + \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} x_i y_i - \frac{n-1+1}{2} \cdot \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} y_i}{\frac{(n-1+1)(2(n-1)+1)}{6} - \left(\frac{n-1+1}{2}\right)^2} \left(x - \frac{n-1+1}{2}\right) \quad (3)$$

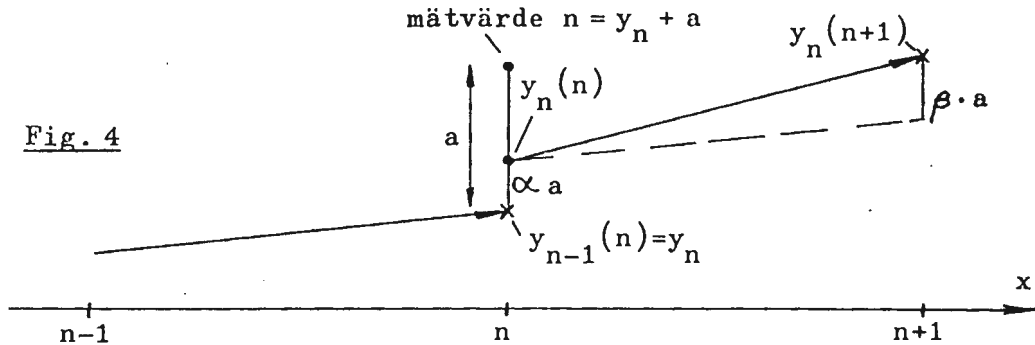
Den av denna linje predikterade positionen,  $y_{n-1}(n) = y_n$ , (som ligger på linjen) kan även medtagas vid uppställandet av linjens ekvation.

Om detta görs ooh  $x=n$  samtidigt insätts erhålls den predikterade positionen som

$$y_{n-1}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i + \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{n+1}{2} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i}{\frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \left(\frac{n+1}{2}\right)^2} \left(n - \frac{n+1}{2}\right) \quad (4)$$

När det nya mätvärdet, det n:te, uttryckt som  $y_n + a$ , införes erhålls den nya linjens ekvation. Se fig. 4. Vid insättning av  $x=n$  i denna ekvation erhålls den dämpade positionen som:

$$y_n(n) = \frac{1}{n} \sum y_i + \frac{a}{n} + \frac{\frac{1}{n} \sum x_i y_i + a - \frac{n+1}{2} \left( \frac{1}{n} \sum y_i + \frac{a}{n} \right)}{\frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \left( \frac{n+1}{2} \right)^2} \left( n - \frac{n+1}{2} \right) \quad (5)$$



Enligt fig. 3 och 4 samt formler (4) och (5) erhålls för:

- a. bestämning av dämpat y-värde,  $y_n(n)$

$$y_n(n) = y_{n-1}(n) + \alpha \cdot a \quad \text{vilket ger}$$

$$\alpha \cdot a = \frac{a}{n} + \frac{\left( a - \frac{(n+1)a}{2n} \right) \frac{n-1}{2}}{\frac{(n+1)(n-1)}{12}}$$

$$\underline{\underline{\alpha = \frac{2(2n-1)}{n(n+1)}}} \quad \alpha = \text{faktor för positionsdämpning}$$

- b. bestämning av den nya regressionslinjens riktningskoefficient,  $r_n$

$$r_n = r_{n-1} + \beta \cdot a \quad \text{vilket ger}$$

$$\beta \cdot a = \frac{a - \frac{(n+1)a}{2n}}{\frac{(n+1)(n-1)}{12}}$$

$$\underline{\underline{\beta = \frac{6}{n(n+1)}}} \quad \beta = \text{faktor för riktningsdämpning}$$

c. bestämning av predikterat y-värde för  $x=n+1$ ,  $y_n(n+1)$

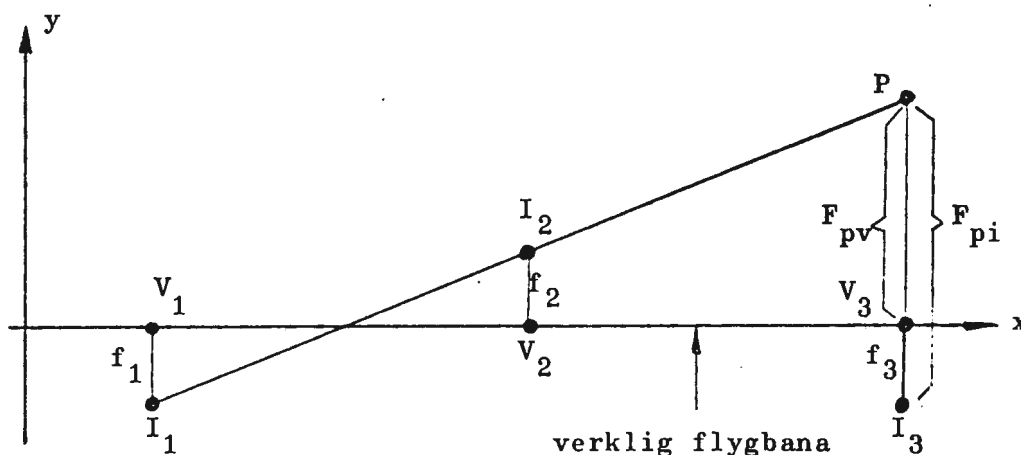
$$y_n(n+1) = y_n(n) + r_n \cdot (n+1-n) = y_n(n) + r_n$$



Bestämning av prediktionsfelet, skillnaden mellan predikterad och inmätt position, vid prediktering med användning av regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden

Förutsättning: En flygbana med flygplanets verkliga positioner  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n, V_{n+1}$ . Med användning av de inmätta positionerna  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  beräknas med inläggning av regressionslinje den predikterade positionen P.

Sökt: Skillnaden mellan P och  $I_{n+1}$ .



$f$  är skillnaden mellan inmätt och verklig position  
 $F_{pv}$  är skillnaden mellan predikterad och verklig position  
 $F_{pi}$  är skillnaden mellan predikterad och inmätt position

Enligt bil. 1 erhålls av regressionslinjens ekvation:

$$y = \bar{f} + \frac{\overline{x \cdot f} - \bar{x} \cdot \bar{f}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} (x - \bar{x})$$

vilket innebär (när  $x_i = i$ )

$$y = \frac{1}{n} \sum f_i + \frac{\frac{1}{n} \sum i f_i - \frac{n+1}{2n} \sum f_i}{\frac{(n+1)(n-1)}{12}} \left( x - \frac{n+1}{2} \right)$$

där  $n$  är antalet punkter som bildat regressionslinjen

Vi söker således  $y$  för  $x = n+1$ , dvs skillnaden mellan predikterad och verklig position efter  $n$  inmätningar.

Detta fel betecknas  $F_{pv}$ .

$$F_{pv} = \frac{1}{n} \sum f_i + \frac{\frac{1}{n} \sum if_i - \frac{n+1}{2n} \sum f_i}{\frac{(n+1)(n-1)}{12}} \left( n+1 - \frac{n+1}{2} \right)$$

$$F_{pv} = \frac{1}{n} \sum f_i + \frac{6}{n(n-1)} \sum if_i - \frac{3(n+1)}{n(n-1)} \sum f_i$$

$$F_{pv} = \frac{6}{n(n-1)} \sum if_i - \frac{2(n+2)}{n(n-1)} \sum f_i$$

$$\underline{\underline{F_{pv} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n f_i (3i - n - 2)}}$$

Det sökta prediktionsfelet, skillnaden mellan predikterad och inmätt position,  $F_{pi}$  erhålls ur

$$F_{pi} = -f_{n+1} + F_{pv}$$

$$\underline{\underline{F_{pi} = -f_{n+1} + \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n f_i (3i - n - 2)}}$$

Bestämning av standardavvikelsen i prediktionsfelet mellan predikterad och inmätt position vid prediktering med användning av regressionslinje enligt minsta-kvadrat-metoden

I bil 2. härleds prediktionsfelet  $F_{pi}$ , dvs skillnaden mellan predikterad och inmätt position, till

$$F_{pi} = - f_{n+1} + \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n f_i (3i - n-2)$$

där  $n$  är antalet punkter vid predikteringen.

$f_i$  för  $i=1,2,\dots,n$  är mätfelet i punkterna  $1,2,\dots,n$ .

$f_{n+1}$  är mätfelet i den  $n+1$ :a inmätningen, den som skall jämföras med predikterad position.

Standardavvikelsen i  $f$  betecknas  $\sigma(f)$ .

$$\text{Enligt } \sigma_{a+b}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$$

erhålls för beräkning av standardavvikelsen i  $F_{pi}$ , betecknad  $\sigma_F$

$$\sigma_F^2 = \sigma_{n+1}(f)^2 + \left(\frac{2}{n(n-1)}\right)^2 \sum_{i=1}^n \sigma_i(f)^2 \cdot (3i - n-2)^2$$

Då  $\sigma(f)=1$  erhålls

$$\sigma_F^2 = 1 + \left(\frac{2}{n(n-1)}\right)^2 \sum_{i=1}^n (3i - n-2)^2$$

$$\begin{aligned} \sum (3i - n-2)^2 &= \sum 9i^2 + \sum (n+2)^2 - \sum 6i(n+2) = \\ &= \frac{9n(n+1)(2n+1)}{6} + n(n+2)^2 - 3n(n+2)(n+1) = \\ &= \frac{3n(2n^2 - n-1)}{6} \end{aligned}$$

$$\sigma_F^2 = 1 + \frac{4}{n^2 (n-1)^2} \cdot \frac{3n (2n^2 - n-1)}{6} = \frac{(n+1)(n+2)}{n(n-1)}$$

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{(n+1)(n+2)}{n(n-1)}}$$

Tabell över  $\sigma_F(n)$

n	$\sigma_F$
2	2,45
3	1,83
4	1,58
5	1,45
6	1,37
7	1,31
8	1,27
9	1,24
10	1,21